

مکعب اور جذر المکعب

Cube and Cuberoot

تمہید 6.1:



سامنے مکعب کی تصویر دی گئی ہے۔ مکعب کی سبھی ضلع آپس میں برابر ہوتے ہیں اور مکعب کا حجم = ضلع x ضلع x ضلع ہوتا ہے۔ اگر آپ کے پاس 1cm کے مکعب ہوں تو بتائیے 2cm ضلع والا ایک مکعب 1cm ضلع والے کتنے مکعبوں سے بنے گا۔

سیمانے اسے کرنے کے لئے 1cm کے مکعبوں کو اس طرح جمایا (شکل 6.1) اب سوچئے 1cm ضلع والے کتنے مکعبوں سے 3cm ضلع والا ایک مکعب بنے گا۔ آپ اسے حجم = ضلع x ضلع x ضلع میں ضلع = 3 رکھ کر بھی نکال سکتے ہیں۔ مکعب کے حجم کے علاوہ بھی جب ہم کسی عدد کو خود سے تین بار ضرب کرتے ہیں تو حاصل عدد کو ہم

مکعب عدد کہتے ہیں۔ جیسے کوئی عدد a کے لئے مکعب = $axaxa$ ۔ اسے ہم a^3 سے بھی ظاہر کرتے ہیں۔

کیا اعداد 1728, 1000, 729

بھی ایک مکعب ہیں۔

اعداد 1, 8, 27, 64, پر غور کریں یہ مکمل مکعب (Perfect

cube) یا مکمل مکعب اعداد (Perfect cube numbers) کہلاتے ہیں۔

$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$ اس لئے 216 ایک مکعب عدد ہے۔ کیا 49 ایک مکعب عدد ہے۔ سوچئے 49 کے مکعب ہونے کے لئے ایک ایسا قدرتی عدد کا ہونا ضروری ہے جسے تین بار خود سے ضرب کرنے 49 حاصل ہوتا ہو۔ نہیں، کیونکہ $49 = 7 \times 7$ اور کوئی ایسا قدرتی عدد نہیں ہے جسے خود سے ضرب کرنے پر 49 ملتا ہو۔ ہم جانتے ہیں کہ $3 \times 3 \times 3 = 27$ اور $4 \times 4 \times 4 = 64$ اس سے یہ واضح ہے کہ 27 اور 64 کے بیچ کوئی مکعب عدد نہیں ہے۔ اس لئے 49 ایک مکعب نہیں ہے۔

نیچے 1 سے 10 تک کے اعداد کے مکعب دیئے گئے ہیں۔

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	اعداد
10^3	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3	مکعب عدد
1000	125	64	27	8	1	عدد کی قیمت

یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ اسے 1000 تک صرف 10 مکمل مکعب ہیں۔ اسے 100 تک کتنے مکمل مکعب ہیں؟ جفت اعداد کے مکعبوں کو دیکھیں۔ کیا یہ سبھی جفت ہیں؟ آپ طاق اعداد کے مکعبوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟ اب 11 سے 20 تک کے اعداد کے مکعب نیچے دیئے جاتے ہیں۔

مکعب	عدد
1331	11
1728	12
2197	13
2744	14
3375	15
4096	16
4913	17
5832	18
6859	19
8000	20



ہم جفت ہیں اور ہمارے مکعب بھی جفت ہیں

ہم طاق ہیں ہمارے مکعب بھی طاق ہیں



سوچئے 11 کا کئی ہندسہ والے اعداد کے مکعبوں میں ہمیشہ 1 ہی اکائی ہوتا ہے

اب درج ذیل جدول کے اعداد پر غور کریں

مکعب	اعداد
$1^3=1$	1
$11^3=1331$	11
$21^3=.....$	21

$31^3=.....$	31
$41^3=.....$	41
$51^3=.....$	51
$61^3=.....$	61

اوپر کے جدول کو دیکھ کر بتائے کہ وہ اعداد جن کا اکائی کا ہندسہ 1 ہے کے مکعب میں اکائی کا ہندسہ کیا ہے؟

.....

..... کیا آپ کو کوئی اور پیٹرن ملتا ہے؟

2, 12, 22 کو مکعبوں کا اکائی ہندسہ ہمیشہ 8 ہی ہوگا۔ اسی طرح 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 کے اکائی ہندسہ والے

اعداد کے پیٹرن کھوج کر لکھئے۔

خود کر کے دیکھئے:

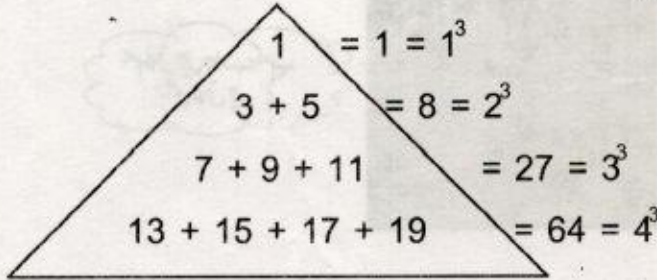
مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کے مکعب کا اگلی بندہ معلوم کریں۔

- (i) 543 (ii) 8765 (iii) 43254 (iv) 5321
 (v) 321456 (vi) 3257 (vii) 876549

6.2.1 کچھ دلچسپ پیٹرن

1. لگاتار طاق اعداد کو جوڑنا

درج ذیل پیٹرن کو دیکھئے:



21	2011
71	7011
21	2011
71	7011
21	2011

اس پیٹرن کو آگے پڑھائیے۔
 2 کے مکعب میں اور اُسکے پیٹرن 3+5 کے پہلے طاق عدد 7³ کے بیچ آ پکو کوئی پیٹرن دکھائی دیتا ہے؟

اسی طرح 3 کے مکعب اور اُسکے پیٹرن 7+9+11 کے پہلے طاق عدد 7 کے بیچ آ پکو کوئی پیٹرن دکھتا ہے؟

آپ نے ٹھیک ڈھونڈا $2 \times 1 + 1 = 3$

$3 \times 2 + 1 = 7$

خود کر کے دیکھئے

10³ حاصل کرنے کے لئے کتنے لگاتار طاق اعداد کی ضرورت ہوگی؟ اور یہ اعداد کس طاق عدد سے شروع ہوگا۔

مندرجہ ذیل مکعب اعداد کو طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کریں

- (i) 5³ (ii) 7³ (iii) 9³ (iv) 11³

ہر ایک عدد کے مکعب کے لئے پہلا طاق عدد خود سے 1 کم سے ضرب میں 1 جوڑنے سے شروع ہوتا ہے۔ اس طرح اس پیٹرن سے ہمیں کسی بھی عدد کا مکعب طاق اعداد کے حاصل جمع کے ذریعہ نکالنے میں سہولت ہوگی۔

2. مندرجہ ذیل کو دھیان سے دیکھیں

اعداد	غیر منقسم اجزائے ضربی	مکعب عدد	غیر منقسم اجزائے ضربی
4	2x2	4 ³	2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 = 2 × 2 ³
6	2x3	6 ³	2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 = 2 × 3 ³
8	2x2x2	8 ³	2×2×2×2×2×2×2×2 = 2×2 ³ ×2 ³
15	3x5	15 ³	3 × 3 × 3 × 5 × 5 × 5 = 3 × 5 ³

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

جدول سے واضح ہے کہ ایک عدد کا ہر ایک غیر منقسم جزو منقسم جزئی ضربی اس عدد مکعب کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں تین بار آتا ہے۔

اگر کسی عدد کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں ہر ایک جزو ضربی تین بار آتا ہے تو کیا وہ عدد ایک مکمل مکعب ہوتا ہے؟ اسکے بارے میں سوچئے

مثال 1۔ کیا 512 ایک مکمل مکعب ہے؟

حل: 512 کا اجزائے ضربی کرنے پر

$$512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ہاں 512 ایک مکمل مکعب ہے کیونکہ اجزائے ضربی کے تین تین کے مجموعے بنائے جاسکتے ہیں۔

2	600
2	300
2	150
2	75
5	25
5	5
	1

مثال 2۔ کیا 600 مکمل مکعب ہے

حل: 600 کا اجزائے ضربی کرنے پر

$$600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

انکے غیر منقسم اجزائے ضربی میں تین تین کا مجموعہ صرف 2 کا ہے

3 اور 5 کا نہیں

اسلئے 600 ایک مکمل مکعب نہیں ہے۔

خود کر کے دیکھئے۔

مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد مکمل مکعب ہیں

- (i) 216 (ii) 8000 (iii) 800 (iv) 15625
(v) 2025 (vi) 1000 (vii) 625 (viii) 343

مثال-3 کی 500 ایک مکمل مکعب ہے؟ اگر نہیں تو ایسا سب سے چھوٹا قدرتی عدد معلوم کیجئے جس سے 500 کو ضرب

2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

کرنے پر حاصل ضرب ایک مکمل مکعب ہو جائے

$$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

ان میں 2 تین کا مجموعہ میں نہیں آ رہا ہے۔

اس لئے 500 ایک مکمل مکعب نہیں ہے۔ اسے

مکمل مکعب عدد بنانے کے لئے ایک اور 2 کی

$$500 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 1000$$

ضرورت ہے۔ ایسی حالت میں 1000

جو ایک مکمل مکعب ہے۔

اس لئے مطلوبہ عدد = 2

مثال-4 وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجئے جسے 23625 میں تقسیم دینے پر حاصل تقسیم مکمل مکعب بن

3	23625
3	7875
3	2625
5	875
5	175
5	35
7	7
	1

$$23625 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7$$

یہاں 23625 کے اجزائے ضربی میں 7 تین

کے مجموعے میں نہیں ہے۔ اس لئے ان میں

7 سے تقسیم دینے پر حاصل تقسیم مکمل

مکعب حاصل ہوگا

اس لئے مطلوبہ عدد = 7 ہے

سوالنامہ 6.1

1. مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد مکعب نہیں ہیں —

(i) 400 (ii) 342 (iii) 68600 (iv) 2744

(v) 800 (vi) 46656 (vii) 408375 (viii) 9000

2. وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کریں جسے مندرجہ ذیل اعداد سے ضرب کرنے پر مکمل مکعب حاصل ہو

جائے۔

(i) 320 (ii) 243 (iii) 675 (iv) 432

3. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس سے مندرجہ ذیل اعداد کو تقسیم دینے پر حاصل تقسیم ایک

مکمل مکعب حاصل ہو جائے

(i) 256 (ii) 3125 (iii) 1408 (iv) 192

4. مندرجہ ذیل مکعب اعداد کو اسکے لگاتار طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیں

(i) 2^3 (ii) 4^3 (iii) 5^3 (iv) 8^3

6.3 جذر المکعب (Cube root)



ذیل کے حالات کا مطالعہ کریں اگر مکعب کا حجم 125 cm^3 ہے تو مکعب کا ضلع کیا ہوگا؟ اگر

مکعب کا حجم $= (\text{ضلع})^3$ ہوتا ہے۔ اگر ہم ضلع کی لمبائی کی قیمت a لیتے ہیں تب $a^3 = 125$ ضلع کی

لمبائی معلوم کرنے کے لئے ضروری ہے کہ ایک ایسا عدد معلوم کریں جس کا مکعب 125 ہے۔

مندرجہ بالا حالت میں ہمیں ایک عدد کی ضرورت ہے جس کا مکعب معلوم ہے۔ اس عدد کو جذر المکعب کی شکل

میں جانا جاتا ہے۔

جذر المکعب معلوم کرنا

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ جذر المربع، مربع کا معکوس عمل ہے اسی طرح جذر المکعب بھی مکعب کا معکوس عمل

ہے اسلئے



آپ تائے 64 کا
جذر المکعب کیا ہوگا؟

$2^3 = 8$ اسلئے 8 کا جذر المکعب 2 ہے

$3^3 = 27$ اسلئے 27 کا جذر المکعب 3 ہے

جذر المکعب کا علامتی نشان "∛" لکھتے ہیں

اسلئے مندرجہ ذیل بالا بیان کو ہم مندرجہ ذیل طریقہ سے لکھ سکتے ہیں جیسے۔

$$1^3 = 1 \quad \text{اسلئے} \quad \sqrt[3]{1} = 1$$

$$2^3 = 8 \quad \text{اسلئے} \quad \sqrt[3]{8} = 2$$

$$3^3 = 27 \quad \text{اسلئے} \quad \sqrt[3]{27} = 3$$

$$4^3 = 64 \quad \text{اسلئے} \quad \sqrt[3]{64} = 4$$

خود کر کے دیکھئے:

مندرجہ ذیل اعداد کا جذر المکعب بتائے

(i) 8

(ii) 27

(iii) 64

(iv) 512

(v) 729

6.3.1 غیر منقسم اجزائے ضربی کے ذریعہ جذر المکعب

مثال 5۔ 2744 کا جذر المکعب غیر منقسم اجزائے ضربی کے ذریعہ معلوم کریں

2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

$$2744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 2^3 \times 7^3 = (2 \times 7)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{2744} = \sqrt[3]{(2 \times 7)^3}$$

$$= 2 \times 7 = 14 \text{ Ans.}$$

مثال 6۔ 27000 کا جذر المکعب معلوم کریں

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$27000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$2700 = 2^3 \times 3^3 \times 5^3 = (2 \times 3 \times 5)^3$$

$$\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{(2 \times 3 \times 5)^3}$$

$$= 2 \times 3 \times 5 = 30 \text{ Ans.}$$

مثال 7- وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس سے 256 کو ضرب کرنے پر حاصل ضرب ایک مکعب مکعب عدد بن جائے اس طرح حاصل مکعب عدد کا جذر المکعب بھی معلوم کریں۔

2	256
2	128
2	64
22	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\text{حل: } 256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

یہاں 256 کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں 2 سے تین تین کے دو مجموعے بن رہے ہیں۔ لیکن تیسرا مجموعہ نہیں بن رہا ہے۔ اسلئے واضح ہے دیئے ہوئے عدد میں 2 سے ضرب کرنے پر حاصل ضرب ایک مکعب عدد ہوگا۔ اسلئے مطلوبہ عدد = 2 ہوگا۔

اب حاصل مکمل عدد $256 \times 2 =$

$$512 =$$

$$\text{اسلئے جذر المکعب } \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 = 8$$

مثال 8- وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس سے 8019 کو تقسیم دینے پر حاصل تقسیم ایک مکعب بن جائے

$$\text{حل: } \sqrt[3]{8019} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11}$$

یہاں 8019 کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں عدد میں 11 تین تین کے مجموعہ میں نہیں ہے۔ اسلئے مذکورہ

3	8019
3	2673
3	891
3	297
3	99
3	33
11	11
	1

عدد میں 11 سے تقسیم دینے پر

معلوم حاصل تقسیم ایک مکعب عدد ہوگا۔

اسلئے مطلوبہ عدد = 11

$$\text{اور اس طرح حاصل مکعب عدد } 8019 \div 11 = 729$$

$$729 \text{ کا جذر المکعب } = 3 \times 3 = 9$$



سوچئے، چرچا کیجئے اور لکھئے
کس مکعب عدد m کے لئے $m^2 < m^3$ ہوتا ہے۔
کیوں؟

6.3.2 کسی مکعب عدد کا جذر المکعب قیاس کے ذریعہ معلوم کرنا

مان لیا کہ ایک مکعب عدد 110592 لیتے ہیں۔ اس عدد کا جذر المکعب ہم قیاس یا اندازہ طریقہ سے مندرجہ طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں
نیچے دئے گئے جدول کو پورا کرو

A	B
$1^3=1$	$10^3=1000$
$2^3=8$	$20^3=8000$
$3^3=27$	$30^3=27000$
$4^3=64$	$40^3=64000$
$5^3=...$	$50^3=125000$
$6^3=...$	$60^3=.....$
$7^3=...$	$70^3=.....$
$8^3=...$	$80^3=.....$
$9^3=...$	$90^3=.....$

مندرجہ بالا جدول دیکھ کر آپ کیا بتا سکتے ہیں 110592 کا جذر المکعب کن دو اعداد کے بیچ ہو سکتا ہے؟ کیا یہ 20 اور 30 کے بیچ ہو سکتا ہے؟ اوپر کے جدول سے 20 اور 30 کے مکعب کو دیکھیں۔ آپ نے دیکھا کہ 30 کا مکعب 27000 ہے۔ 110592 اس سے بڑا ہے۔ 40 کا مکعب 64000 اور 50 کا مکعب 125000 ہے اسلئے عدد 110692 کا جذر المکعب طے ہے کہ 40 اور 50 کے بیچ میں ہوگا۔ 40 اور 50 کے بیچ میں اعداد 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 اور 49 ہیں۔

پھر جدول A دیکھئے کس کے مکعب میں اکائی کا ہندسہ 2 ہے۔
صرف 8 کے مکعب میں اکائی کا ہندسہ 2 ہے۔ اسلئے اگر 1, 10, 392 مکمل مکعب عدد ہے تو اس کا جذر المکعب 48 ہوگا۔ چلو چانچ لیتے ہیں

$$48 \times 48 \times 48 =$$

$$110592 = 2304 \times 48 =$$

خود کر کے دیکھئے

79507 کا جذر المکعب اندازہ سے نکالئے۔

سوالنامہ 6.2

1. مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک عدد کا جذرا مکعب غیر منقسم اجزائے ضربی کے طریقہ سے معلوم کریں۔

(i) 125 (ii) 729 (iii) 512 (iv) 1331

(v) 5832 (vi) 421875 (vii) 157464 (viii) 74088

(ix) 175616 (x) 35937

2. مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک عدد کے لئے وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد بتائیں جس سے اس عدد کو

ضرب کرنے پر وہ ایک مکمل مکعب بن جائے۔ اس طرح سے حاصل مکمل مکعب عدد کا جذرا مکعب بھی معلوم کریں

(i) 320 (ii) 1352 (iii) 243

(iv) 675 (v) 432

3. وہ چھوٹا سے چھٹا عدد معلوم کریں جس سے مندرجہ ذیل اعداد کو تقسیم کرنے پر حاصل تقسیم ایک مکمل

مکعب بن جائے۔ اس طرح معلوم مکمل مکعب عدد کا جذرا مکعب بھی معلوم کریں

(i) 256 (ii) 3125 (iii) 8019

(iv) 1408 (v) 192

4. اندازہ لگا کر مندرجہ ذیل مکعب عدد کا جذرا مکعب معلوم کریں

(i) 5832 (ii) 74088 (iii) 421875 (iv) 157464

(v) 4913 (vi) 12167 (vii) 32768

5. مندرجہ ذیل میں صحیح اور غلط کو بتائیں

(الف) کسی بھی طاق عدد کا مکعب جفت ہوتا ہے

(ب) ایک مکمل مکعب دو صفر پر ختم نہیں ہوتا ہے

(ج) اگر کسی عدد کا مربع 5 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مکعب 25 پر ختم ہوتا ہے

(د) ایسا کوئی مکمل مکعب نہیں ہے جو 8 پر ختم ہوتا ہے

(ه) دو ہندسوں والے عدد کا مکعب تین ہندسوں والا عدد ہو سکتا ہے

(ر) دو ہندسوں والے عدد کا مکعب میں ساٹھ یا زیادہ ہندسے ہو سکتے ہیں

(س) ایک ہندسہ والے عدد کا مکعب ایک ہندسہ والا عدد ہو سکتا ہے

ہم نے سیکھا

1. جب ایک عدد کو خود سے تین بار ضرب کیا جاتا ہے تب جو حاصل ضرب حاصل ہوتا ہے اُسے مکمل مکعب عدد کہتے ہیں۔
جیسے $2 \times 2 \times 2 = 8$, $3 \times 3 \times 3 = 27$, $4 \times 4 \times 4 = 64$ وغیرہ
2. جفت عدد کا مکعب بھی جفت عدد ہوتا ہے۔
جیسے: $2^3 = 8$, $4^3 = 64$, $6^3 = 216$, $12^3 = 1728$
3. طاق عدد کا مکعب بھی طاق عدد ہوتا ہے۔ جیسے
 $1^3 = 1$, $3^3 = 27$, $5^3 = 125$, $11^3 = 1331$
4. جس عدد کے اکائی کا ہندسہ 1 (ایک) ہوتا ہے۔ اسکے مکعب کے اکائی کا ہندسہ بھی 1 (ایک) ہوتا ہے۔
جیسے: $1 \rightarrow 1^3 = 1$, $11 \rightarrow 11^3 = 1331$
5. لگاتار طاق اعداد کے حاصل جمع سے بھی ایک مکعب عدد حاصل ہوتا ہے
6. اگر کسی عدد کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں ہر ایک جزو ضربی تین بار آتا ہے تو وہ عدد ایک مکمل مکعب ہوتا ہے۔
جیسے: 8 کا غیر اجزائے ضربی $2 \times 2 \times 2 = 8$ اور 216 کا غیر منقسم اجزائے ضربی $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 216$ اسلئے 8 اور 216 مکمل مکعب ہیں۔

