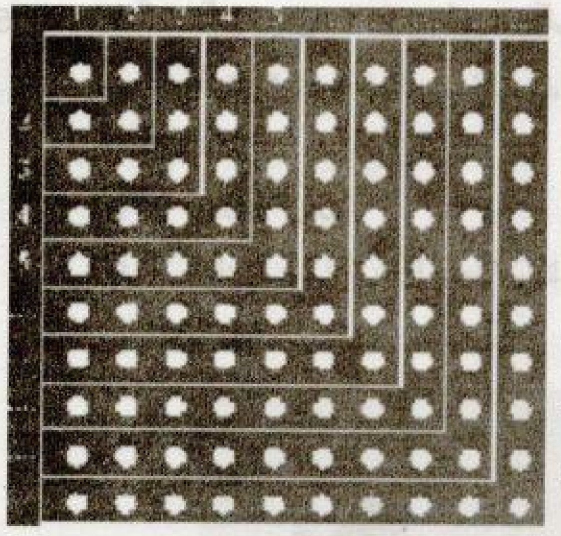
باب-5　مربع اور جذر المربع [Square and Squareroot]

5.1 تمہید

دی گئی تصویر میں ہر ایک قطار (افقی) (Row) اور کالم (عمودی) میں نقطوں کی تعداد ایک جیسی ہے۔ اِن سے ہر ایک میں 5-5 نقطے ہیں۔ اس جماوٹ میں نقطوں کی کُل تعداد کتنی ہوگی؟

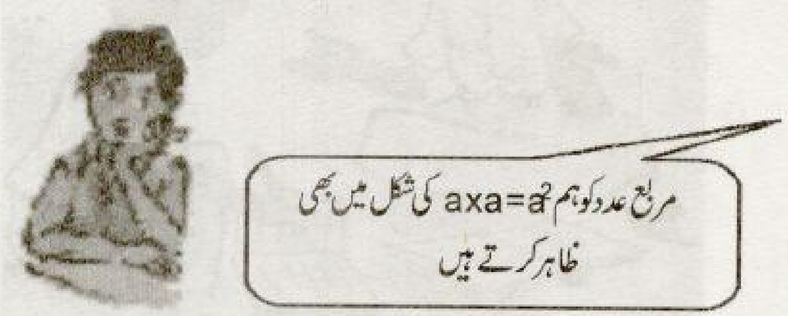
آپکو اسطرح نقطوں کے جال کے ذریعہ بنی شکل کیسی لگ رہی ہے؟

ہاں یہ مربع جیسی ہے؟



آیئے جیو بورڈ پر ربربینڈ کی مدد سے مربع نما اشکال بنائیں۔

سامنے جیوبورڈ (Geo-Board) دیا گیا ہے۔ اس میں برابر دوری پر پنیں لگی ہوتی ہیں۔ ربربینڈ کی مدد سے ہر ایک قطار اور کالم میں برابر تعداد میں دو-دو، تین-تین، چار-چار، وغیرہ نقطے لیکر کچھ مربع نما پیٹرن بنایئے اور دیے گئے جدول کو بھرئے۔



جدول 5.1

ترتیب نمبر	ہر ایک قطار یا کالم میں نقطوں کی تعداد	ہر بدنما پیٹرن کے اندر نقطوں کی کل تعداد
1	1	1
2	2	......
3	3	9
4	4	....
5	....	....
6	....	....

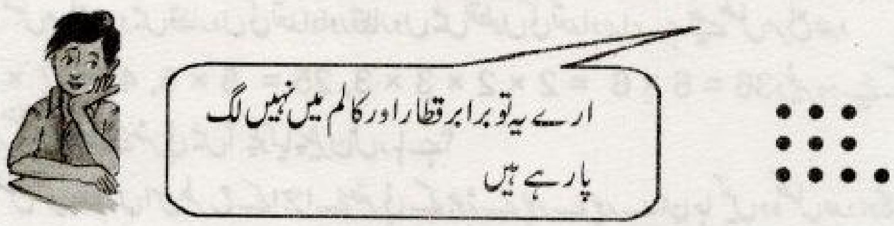
آخری کالم میں آئے سبھی اعداد ایسے ہیں جو ایک عدد کو اُس سے ضرب کر کے حاصل کی گئی ہیں۔ 4=2x2، 25=5x5 ۔ یہ سبھی اعداد 1, 4, 9, 16, 25 .... مکمل مربع اعداد (Perfect Square number) کہلاتے ہے۔ آپ بھی دوسرے 5 مکمل مربع اعداد لکھئے ....

یہ اعداد تو ہم نے خود مکمل مربع اعداد کی شکل میں لیا ہے۔ لیکن اگر ہمیں کوئی عدد دیا جائے تو ہم کیسے پتا کرینگے کہ وہ عدد مکمل مربع عدد ہے یا نہیں؟

5.2.1 مکمل مربع عدد کی پہچان

آپ 9 نقطوں کو تین تین نقطوں کی تین قطار میں جما سکتے ہیں۔ اسی طرح 16 نقطوں کو چار۔ چار کی چار قطار میں جما کر سکتے ہیں۔ آپ 9 اور 16 نقطے لیکر جما کر دیکھیں۔ کیا آپ 10، 11 یا 12 نقطوں کو اسطرح جما سکتے ہیں کہ کل قطاروں کی تعداد اور ہر ایک قطار میں نقطوں کی تعداد برابر ہو۔ سوچئے؟

آپ نے ٹھیک سوچا ہم اِن اعداد کو برابر کھڑی اور آڑی قطاروں میں نہیں جما سکتے ہیں۔



آپ نے جیو بورڈ میں پیٹرن سے جانا تھا کہ وے اعداد جو برابر قطار اور کالم کی شکل میں جمائی جا سکتے ہیں وہ مکمل مربع اعداد ہوتے ہیں۔

12,11,10 نقطے ہونے پر تو ہم اسطرح جما کر دکھنے کی کوشش کر سکتے ہیں لیکن اگر اعداد 109 یا 784 ہوں یا اور بھی بڑا ہو تو اسطرح نقطوں کو جما کر جانچنا مشکل ہو سکتا ہے۔

مکمل مربع عدد پہچاننے کے لئے ایک اور طریقہ ہے۔ غیر منقسم اجزائے ضربی کا طریقہ آپ نے غیر منقسم اجزائے ضربی کے بارے میں پڑھ رکھا ہے، آیئے پہلے اُس کو پھر سے یاد کریں۔ آپ جانتے ہیں کہ کسی بھی عدد غیر منقسم اجزائے ضربی کیا جا سکتا ہے۔ یعنی ایسے جز ضربی جنھیں اور چھوٹے ٹکروں میں بانٹا نہیں جا سکے جیسے

سوچئے کیا 1 غیر منقسم عدد ہے؟ اپنے دوستوں سے اس پر چرچا کیجئے

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

2	12
2	6
3	3
	1

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $12 = 2 \times 2 \times 3$

16 اور 64 کے اور 72،20 کے غیر منقسم اجزائے ضربی کو دیکھ کر بتایئے کہ اُن میں کیا فرق ہے؟

خود کر کے دیکھئے

1. 16 اور 20 کے غیر منقسم اجزائے ضربی
2. 64 اور 72 کے غیر منقسم اجزائے ضربی

آؤ اس فرق کو جانیں:

5.2.2 غیر منقسم اجزائے ضربی کے ذریعہ مکمل مربع کی پہچان

مکمل مربع عدد میں قطاروں کی تعداد اور قطاروں میں نقطوں کی تعداد برابر ہے جیسے مکمل مربع عدد $36 = 6 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 \times 3,\ 25 = 5 \times 5,\ 49 = 7 \times 7$ وغیرہ دیئے گئے اعداد کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں آپکو کیا پیٹرن مل رہا ہے؟

جس بھی عدد میں اس طرح کے اجزائے ضربی کے جوڑے پورے پورے بن جائیں وہ مکمل عدد ہوگا۔ اسی طرح آپ نے دیکھا ہوگا کہ 16 اور 64 کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں آپ کو غیر منقسم اعداد کے جوڑے ملے ہونگے۔ لیکن 20 اور 72 میں بھی جز ضربی جوڑے میں نہیں ملے۔

5.2.3 غیر منقسم اجزائے ضربی طریقہ

اس طریقہ میں دیۓ گئے عدد کا غیر منقسم اجزائے ضربی کر کے جوڑے بناتے ہیں۔ جن اعداد میں سبھی غیر منقسم اجزائے ضربی کے جوڑے بن جاتے ہیں۔ وہ مکمل مربع عدد ہوگا۔

مثال 1 کیا 256 ایک مکمل مربع عدد ہے؟

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
2	1

حل: $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$

ہم دیکھتے ہیں کہ 256 کے سبھی اجزائے ضربی کے اوپر دکھائے گئے کے مطابق جوڑے بن سکتے ہیں

اس لئے 256 ایک مکمل مربع عدد ہے

یہ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ کا مربع ہے

مثال 2- کیا 200 ایک مکمل مربع ہے

2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

حل: $200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= 2^2 \times 2 \times 5^2$

اگر ہم 200 کے غیر منقسم اجزائے ضربی کو جوڑوں یا مربعوں میں سمائیں تو یہ پاتے ہیں کہ ہمارے پاس ایک جزو ضربی 2 باقی بچ جاتا ہے۔ اسلئے 200 مکمل مربع نہیں ہے۔

خود کر کے دیکھئے:

1. کیا مندرجہ ذیل اعداد مکمل مربع ہیں؟

(i) 400 (ii) 600

2. دیئے گئے اعداد کے بیچ مکمل مربع اعداد معلوم کریں

(i) 20 اور 30 (ii) 50 اور 60

3. نیچے دیئے گئے اعداد کا غیر منقسم اجزائے ضربی کر کے خالی جگہوں کو بھریں

جدول-5.2

ترتیب نمبر	عدد	غیر منقسم اجزائے ضربی کے جوڑے بن رہے ہیں	کیا سبھی یکساں غیر منقسم عدد یا نہیں	مکمل مربع ہے
1	36	$\overline{2x2}\,\overline{x3x3}$	ہاں	مکمل مربع ہے
2	32	$\overline{2x2}\,\overline{x2x2}\,x2$	نہیں	نہیں
3	16			
4	39			
5	40			
6	49			
7	56			
8	64			

5.3 مربع اعداد کی خاصیتیں:

مندرجہ ذیل جدول کا مطالعہ کریں۔

عدد	عدد کا مربع
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

عدد	عدد کا مربع
11	121
12	144
13	169
14	196
16	225
15	256
17	289
18	324
19	361
20	400

I. مندرجہ ذیل جدول سے مربع اعداد کے اکائی کے ہندسوں کو دیکھیں کیا آپ نے کوئی پیٹرن دیکھا؟

II. ہم پاتے ہیں کہ ہر ایک مربع عدد میں اکائی کا ہندسہ 6,5,4,3,2,1,0 اور 9 ہے۔ لیکن کسی بھی مربع عدد کے اکائی کے مقام پر 7,3,2 یا 8 نہیں ہے۔ کیا 78,33,23,32,22,12 وغیرہ مکمل مربع ہیں۔ ہاں یا نہیں وجہ کے ساتھ بتایئے۔ اسلئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ جس عدد کے اکائی مقام پر 7,3,2 اور 8 ہے وہ عدد کبھی بھی مکمل عدد نہیں ہوسکتا ہے۔

89,56,54,111,200 میں سے کون سے مکمل مربع اعداد ہیں؟

اسلئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ کچھ اعداد جن کے اکائی کے مقام پر 9,6,5,4,1,0 ہوتا ہے مکمل مربع ہوسکتے ہیں۔ اور نہیں بھی۔ پیچھے کے جدول سے کھوجئے۔ جفت اعداد اور طاق اعداد کے مربع میں آپکو کوئی پیٹرن ملتا ہے۔

....

....

ہاں آپ نے ٹھیک ڈھونڈا! جفت اعداد کے مربع جفت اور طاق اعداد کے مربع طاق عدد ہی ہوتے ہیں۔ سوچئے اس کی وجہ کیا ہے؟ ....

خود کر کے دیکھئے:

1. مندرجہ ذیل اعداد میں سے بغیر غیر منقسم اجزائے ضربی کئے بغیر بتائیں کہ کون سے اعداد مکمل مربع اعداد نہیں سکتا ہے۔

(i) 522 (ii)237 (iii)23 (iv)100 (v) 58

2. چار ہندسوں کے پانچ اعداد خود سے لکھیں۔ کن اعداد کے بارے میں آپ دعوے کے ساتھ کہہ سکتے ہیں کہ یہ مکمل مربع اعداد ہیں

3. خالی جگہوں کو بھریں

(i) جفت اعداد کے مربع ....اعداد ہوتے ہیں

(ii) طاق اعداد کے مربع ....اعداد ہوتے ہیں

4. مندرجہ ذیل میں کن اعداد کے مربع طاق/ جفت ہونگے کیوں؟

(i) 727 (ii) 158 (iii) 269 (iv) 1980

5.3.1 درج ذیل جدول کو دیکھئے:

اعداد	مربع
1	1
9	81
11	121
19	361
21	441

خود کر دیکھئے

درج ذیل میں سے کون سے عدد کے اکائی کے مقام پرا ہوگا؟

(i) 23^2 (ii) 27^2 (iii) 22^2 (iv) 61^2 (v) 39^2

جدول سے واضح ہے کہ عدد کا اکائی ہندسہ 1 یا 9 آتا ہے اُس عدد کا مربع کا اکائی ہندسہ بھی 1 ہی ہوتا ہے۔

5.3.2: ذیل کے مربع جدول کو دیکھئے:

اعداد	مربع
4	16
6	36
14	196
16	256

خود کر دیکھئے

درج ذیل میں سے کن اعداد کے اکائی کے مقام پر 6 ہوگا؟

(i) 29^2 (ii) 19^2 (iii) 24^2 (iv) 36^2 (v) 34^2 (vi) 26^2

جدول سے واضح ہے کہ جس عدد کے اکائی کا ہندسہ 4 یا 6 ہے اُس عدد کے مربع عدد کے اکائی کا ہندسہ 6 ہوتا ہے۔

کیا آپ اسطرح کے کچھ اور اصول جدول میں لکھے گئے اعداد اور اُن کے مربعوں کے جانچ سے معلوم کر سکتے ہیں...

5.3.3 مندرجہ ذیل مربع جدول پر غور کیجئے۔

اعداد	مربع
10^2	100
20^2	400
30^2	900
100^2	10000
200^2	40000
400^2	16000

میرے پاس ایک صفر ہے

میرے پاس دو صفر ہے

میرے پاس دو صفر ہے

میرے پاس چار صفر ہے

خود دہائی کے دوسرے اعداد لیکر اُنکے مربع نکالئے کیا اُنکے مربعوں میں بھی آپکو دو صفر ملتے ہیں؟.................

سوچئے اگر کسی عدد میں تین صفر ہوں تو اُسکے مربعوں میں کتنے صفر ہونگے ؟

خود کر کے دیکھئے

1. مندرجہ اعداد کے مربع میں صفر کے تعداد کیا ہوگی؟

(i)50 (ii)400 (iii)5000

5.4 کچھ دلچسپ پیٹرن

5.4.1 مندرجہ ذیل دو لگاتار مربع اعداد کے فرق کو دیکھئے

$2^2-1^2=4-1=3$	$2+1=3$
$3^2-2^2=9-4=5$	$3+2=5$
$4^2-3^2=16-9=7$	$4+3=7$
$5^2-4^2=25-16=9$	$5+4=9$

مندرجہ بالا پیٹرن سے آپ کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟

مذکورہ پیٹرن کی بنیاد پر کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ

$8^2-7^2=$........ $25^2-24^2=$.........

$9^2-8^2=$........ $225^2-224^2=$.......

$12^2-11^2=$....... $50^2-49^2=$..........

یہ جوابات آپنے کس بنیاد پر معلوم کئے۔

5.4.2 مندرجہ ذیل پیٹرن پر غور وخوض کریں۔

$15^2=1\times2$(سیکڑہ)$+5^2=225$

$25^2=2\times3$(سیکڑہ)$+5^2=625$

$35^2=3\times4$(سیکڑہ)$+5^2=1225$

$45^2=$..........................

اصول:

$(n\ 5)^2 = (10n+5)^2$

$= 100n^2 + 100n + 25$

$= 100n(n+1) + 25$

$= n(n+1)$ سیکڑے $+ 25$

خود کر کے دیکھئے:

مندرجہ ذیل اعداد کے مربع نکالیں

(i) 75 (ii)105 (ii)85(iv)95

5.4.3 مندرجہ ذیل پر غور کریں

1	(ایک طاق عدد)	=1	$= 1^2$
1 + 3 =	(پہلے دو طاق اعداد کا جوڑ)	=4	$= 2^2$
1 + 3 + 5	(پہلے تین طاق اعداد کا جوڑ)	=9	$= 3^2$
1 + 3 + 5 + 7	(.........)	=16	$= 4^2$
1 + 3 + 5 + 7 + 9	(..........)	=25	$= 5^2$
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11	(.........)	=36	$= 6^2$

اسلئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اول n طاق قدرتی اعداد کا جوڑ n^2 ہے

مثال 3-1 سے 51 تک کے طاق اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجئے

حل: 1+3+5+............51

یہاں n=26

اسلئے اسے لگاتار طاق اعداد کے n رکنوں کا حاصل جمع $= n^2$

اسلئے $1+3+5+ \ldots\ldots\ldots +51=26^2=676$

> 1 سے 51 کے بیچ کتنے طاق اعداد ہیں آپ آخری عدد لیں جیسے 51 کو 2 سے تقسیم کریں
>
> $\frac{51}{2} = 25$ پورا + 1 باقی
>
> اسلئے کل 26 طاق اعداد

خود کر کے دیکھئے:

مندرجہ ذیل طاق اعداد کا حاصل جمع معلوم کریں۔

(i) 1+3+........+23 (ii) 1+3+5+........65

اب ذرا سوچئے اگر آپ 676 میں سے لگاتار طاق اعداد گھٹائیں تو کیا ہوگا؟ 26 لگاتار طاق عدد یعنی 1 سے 51 تک گھٹانے پر آپ کو صفر حاصل ہوگا کیا اس پیٹرن کا استعمال آپ مکمل مربع اعداد کو معلوم کرنے میں کر سکتے ہیں۔

اس لئے 9 مکمل مربع ہے 5-5=0   8-3=5   9-1=8

جبکہ 5-7=-2   10-5=5   13-3=10   14-1=13

اس لئے 14 مکمل مربع عدد نہیں ہے۔

5.4.4 فیثاغورث/ پائتھا گورس تثلیث (Pythagorous Triplet)

نیچے دیئے گئے پیٹرن کو سمجھئے۔

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

اسی طرح $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$

اسلئے $8^2 + 15^2 = 17^2$

اعداد (3,4,5) اور (8,15,17) وغیرہ کو مجموعے کو پائتھا گورس تثلیث کہتے ہیں ۔ ایسے اعداد جن میں دو اعداد کے مربع کا جوڑ تیسرے عدد کے مربع کے برابر ہو۔ پائتھا گورس تثلیث کہلاتے ہیں ۔ آپ دوسرے اعداد کو مربعوں کو لیکر جوڑیں دیکھیں کیا یہ بھی اعداد میں ہوتا ہے۔

1+2
1+4=5=
کیا 5 مربع عدد ہے

خود کر کے دیکھئے:

نیچے دیئے گئے اعداد میں سے کون کون سے پائتھا گورس تثلیث ہیں۔

(i) (6,8,10) (ii) (3,8,9) (iii) (5,12,13)

5.4.5 مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں کا تجزیہ کیجئے

1^2	=	1
11^2	=	1 2 1
111^2	=	1 2 3 2 1
1111^2	=	1 2 3 4 3 2 1
11111^2	=	....
111111^2	=	....

اعداد 121 ,12321 ,1234321 ,123454321 وغیرہ کے کچھ اور بھی دلچسپ خصوصیات ہیں۔ اس طرح کے سبھی اعداد کے ہندسوں کا جوڑ ایک مکمل مربع ہوتا ہے۔ جیسے:۔

$$1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$$

$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3^2$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16 = 4^2$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25 = 5^2$$

....

خود کر کے دیکھئے:

پیٹرن کے استعمال سے مندرجہ ذیل اعداد کے مربع معلوم کیجئے

(i) 11111 (ii)11111111 (iii)1111

5.4.6 دوسرے دلچسپ پیٹرن

$7^2 = 49$

$67^2 = 4489$

$667^2 = 444889$

$6667^2 = 44448889$

$666667^2 =$ ....

$666666667^2 =$ ....

لگاتار مربع اعداد کو آپ مندرجہ ذیل طرح سے بنا سکتے ہیں۔

$20^2 = 400$

$21^2 = 20^2 + 20 + 21 = 441$

اب سوچو اگر آپ کو 32 کا مربع اسی طریقہ سے نکالنا ہو تو

$30^2 = 900$

$31^2 = 30^2 + 30 + 31 = 961$

$32^2 = 31^2 + 31 + 32 = 1024$

سوالنامہ 5.1

1. مندرجہ ذیل اعداد کے مربع معلوم کیجئے۔

(i)42 (ii)46 (iii)58 (iv)98 (v)94 (vi)45

2. مندرجہ ذیل کا مربع معلوم کریں

(i)25 (ii)55 (iii)95 (iv)105 (v)115

3. مندرجہ ذیل اعداد میں کون سے اعداد مکمل مربع ہیں؟ جانچ کیجئے۔

(i)256 (ii)360 (iii)324 (iv)400

4. مندرجہ ذیل اعداد میں سے کون کون مکمل مربع ہیں؟

13, 16, 17, 48, 49, 64, 72, 343, 373758

5. مندرجہ ذیل میں سے کون جفت اعداد کے مربع ہیں؟

169, 196, 256, 1296, 6561

6. مندرجہ ذیل میں کون کون مکمل مربع اعداد ہیں

400, 4000, 330550, 12345600000

7. برائیکٹ میں صحیح عدد لکھیں

(a) $24^2-23^2=$ ☐ (b) $102^2-101^2=$ ☐

(c) $501^2-500^2=$ ☐ (d) $400^2-399^2=$ ☐

8. مندرجہ ذیل میں کون سا تثلیث پائتھا گورس تثلیث ہے؟

(1, 2, 3), (3, 4, 5), (6, 8, 10), (1, 1, 1), (2, 2, 3,), (15, 36, 39)

9. مندرجہ ذیل پیٹرن کا بغور مطالعہ کر کے چھوٹے ہوئے اعداد کو معلوم کریں

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + [.....]^2 + [.....]^2 = 21^2$

$5^2 + 6^2 + [.....]^2 = 31^2$

$6^2 + 7^2 +$ [.....] $=$ [.....]

10. طاق اعداد کے لگا تار گھٹاؤ کے عمل کے ذریعہ مندرجہ ذیل اعداد کی جانچ کریں کہ کون سا عدد مکمل مربع عدد ہے۔

(i) 81 (ii) 121 (iii) 144 (iv) 36

11. مندرجہ ذیل میں سے کن کن اعداد کا مربع طاق عدد ہوگا؟

(i) 531 (ii) 5436 (iii) 3249 (iv) 82004

12. جوڑ کا عمل کیے بغیر حاصل جمع معلوم کیجئے

(i) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11

(ii) 1 + 3 + 5 + ... + 51

(iii) 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 101

(iv) 7 + 9 + 11 + 13 + ... + 21

13. مندرجہ ذیل اعداد کے مربعوں کے اکائی کا ہندسہ کیا ہوگا

(i) 25 (ii) 64 (iii) 272

(iv) 799 (v) 5423 (vi) 2467

(vii) 5438 (viii) 99880 (ix) 43546

14. مندرجہ اعداد میں صاف ظاہر ہے کہ یہ مکمل مربع اعداد نہیں ہیں۔اسکی وجہ بتایئے۔

(i)1052 (ii)23457 (iii)54328 (iv)325473

(v)25000 (vi)743522 (vii)543000 (viii)56430

5.5 تقسیم کے طریقہ سے جذرالمربع معلوم کرنا

جب اعداد بڑے ہوتے ہیں تب غیر منقسم اجزائے ضربی کے طریقہ سے جذرالمربع معلوم کرنا مشکل ہو جاتا ہے۔ایک دوسرے طریقہ سے بھی ہم جذرالمربع نکال سکتے ہیں جسے طویل تقسیمی طریقہ کہتے ہیں۔جس سے بڑے اعداد کا جذرالمربع نکالا جاتا ہے۔اسکے لئے ہمیں جذرالمربع میں ہندسوں کی تعداد کو معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

مندرجہ ذیل جدول کو دیکھیں

عدد(جذرالمربع)	مربع عدد	
1	$1^2=1$	جو 1 ہندسہ کا سب سے چھوٹا مکمل مربع عدد ہے۔
3	$3^2=9$	جو 1 ہندسہ کا سب سے بڑا مکمل مربع عدد ہے۔
4	$4^2=16$	جو 2 ہندسہ کا سب سے چھوٹا مکمل مربع عدد ہے۔
9	$9^2=81$	جو 2 ہندسہ کا سب بڑا مکمل مربع عدد ہے۔
10	$10^2=100$	جو 3 ہندسہ کا سب سے چھوٹا مربع عدد ہے۔
31	$31^2=961$	جو 3 ہندسہ کا سب سے بڑا مربع عدد ہے۔
32	$32^2=1024$	جو 4 ہندسہ کا سب سے چھوٹا مربع عدد ہے۔
99	$99^2=9801$	جو 4 ہندسہ کا سب سے بڑا مربع عدد ہے۔

مندرجہ بالا جدول کا بغور مطالعہ کرنے سے پتا چلتا ہے کہ اگر مکمل مربع عدد 1 یا 2 ہندسوں کا ہے تب اسکا جذرالمربع 1 ہندسہ کا ہی ہوگا۔اگر مکمل مربع عدد 3 یا 4 ہندسوں کا ہے تب اسکا جذرالمربع 2 ہندسوں کا ہوگا۔کیا آپ 5 یا 6 ہندسوں والے مکمل مربع عدد کے جذرالمربع میں ہندسوں کی تعداد بتا سکتے ہیں؟

خود کر کے دیکھئے

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک مکمل مربع عدد میں اگر n ہندسے ہیں تو اُسکے جذرالمربع میں $\frac{n}{2}$ ہندسے ہونگے جب جفت=n ہو یا $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ہندسے ہونگے جب طاق=n ہوں؟

ذیل طریقے سے کسی عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے میں فائدہ مند ہوگا۔526 کا جذر المربع طویل تقسیمی طریقہ کے ذریعہ معلوم کرنے کے لئے مندرجہ ذیل مرحلوں پر غور کریں۔

```
   |  2
 2 | 5̄ 7̄6̄
   | -4
   |  1
```

کیا آپ اس عدد کے جذر المربع ہندسوں کی تعداد کا اندازہ لگا سکتے ہیں؟

مرحلہ 1: اکائی مقام سے شروع کرتے ہوئے ہر ایک جوڑے پر 'بار' لگائیں۔ اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہے تب بائیں طرف ایک ہندسہ پر بار لگائیں۔ جیسے: $\overline{5}\,\overline{76}$ اسطرح لکھتے ہیں۔

```
   |  2
 2 | 5̄ 7̄6̄
   | -4
   | 176
```

مرحلہ 2: وہ سب سے بڑا عدد معلوم کریں جسکا مربع سب سے بائیں طرف کے بار کے نیچے لکھے عدد کے برابر یا کم ہو ($2^2<5<3^2$) سب سے بائیں 'بار' کے نیچے مقسوم (یہاں 5) کے ساتھ مقسوم علیہ اور حاصل تقسیم کی شکل میں اس عدد کو لیں۔ تقسیم کریں اور باقی معلوم کریں (موجودہ حالت میں باقی 1 ہے)۔

```
    |  2
  2 | 5̄ 7̄6̄
  2 | -4
 4_ | 176
```

مرحلہ 3: اگلے 'بار' کے نیچے کے عدد کو باقی کے دائیں طرف لکھیں۔

(جو موجودہ حالت میں 76 ہے) اسلئے اگلا مقسوم عدد 176 ہوگا۔

مرحلہ 4: مقسوعلیہ (Divisor) کے ساتھ مقسوم علیہ کے برابر جوڑیں (یعنی مقسوم علیہ کو دوگنا کریں) اور اسے اسکے دائیں میں خالی جگہ کے ساتھ لکھیں

```
    |  24
  2 | 5̄ 7̄6̄
  2 | - 4
 44 | 176
  4 | 176
    |   0
```

مرحلہ 5: خالی جگہ کو بھرنے کے لئے سب سے بڑے ممکنہ ہندسے کا اندازہ لگائیں جو کہ حاصل تقسیم میں نیا ہندسہ ہوگا اور نئے مقسوم علیہ کو نئے حاصل تقسیم سے ضرب کرنے پر حاصل ضرب مقسوم کے برابر یا مقسوم سے کم ہوگا

اس حالت میں

$$43 \times 3 = 129$$

اور

$$44 \times 4 = 176$$

اسلئے باقی حاصل کرنے کے لئے نیا ہندسہ 4 چنتے ہیں۔

مرحلہ-6 کیونکہ باقی صفر ہے اور دیئے گئے عدد میں کوئی ہندسہ باقی نہیں ہے۔

اسلئے $\sqrt{576} = 24$

مثال4: اب 7056 کا جذرالمربع معلوم کریں

مرحلہ-1 اکائی مقام سے شروع کرتے ہوئے ہر ایک جوڑے کے اوپر 'بار' لگائیں
(جیسے $\overline{70}\ \overline{56}$ اسطرح لکھتے ہیں)

```
   | 8
 8 | 70 56
   |-64
   | 6
```

مرحلہ-2 ایک سب سے بڑا عدد معلوم کریں جو سب سے بائیں طرف کے بار کے نیچے لکھے عدد سے کم یا برابر ہو ($8^2 < 70 < 9^2$) اس عدد کو مقسوم علیہ اور سب سے بائیں طرف بار کے نیچے لکھے عدد کو مقسوم کی شکل میں لیں۔ تقسیم دیں اور باقی (جو یہاں 6 ہے) معلوم کریں۔

```
   | 8
 8 | 70 56
   | -64
   | 656
```

مرحلہ-3 اگلے 'بار' کے نیچے لکھے عدد کو باقی کے دائیں لکھیں۔ (جو یہاں 56 ہے) اسطرح نیا مقسوم 656 ہوگا۔

```
    | 8
  8 | 70 56
  8 | -64
 16_| 656
```

مرحلہ-4 مقسوم علیہ کے ساتھ مقسوم علیہ کے برابر جوڑیں (یا مقسوم علیہ کو دُوگنا کریں) اور اسے انکے دائیں میں خالی جگہ کے ساتھ لکھیں۔

```
     | 84
   8 | 70 56
   8 |-64
 164 | 656
   4 | 656
     |   0
```

مرحلہ-5 خالی جگہ کو بھرنے کے لئے سب سے بڑے ممکنہ ہندسے کا اندازہ لگائیں جو ہندسہ حاصل تقسیم میں نیا ہوگا۔ اسطرح نیا ہندسہ جب ضرب ہوتا ہے تب حاصل ضرب مقسوم کے برابر یا چھوٹا ہوگا۔ اس حالت میں ہم دیکھتے ہیں کہ 164x4=656 اسلئے حاصل تقسیم میں نیا ہندسہ 4 ہے۔ باقی معلوم کریں۔

نوٹ: اگر اسکے بعد بھی باقی بچے اور عدد میں 'بار' کے نیچے کا عدد اُتارنا پڑے تو مقسوم علیہ کے اکائی ہندسہ کو مقسوم میں جوڑ کر مرحلہ-5 کا قاعدہ لگاتے ہیں۔ یہ عمل تب تک چلتا رہتا ہے جب تک کہ باقی صفر نہ

ہو پائے۔ یہ قاعدہ مکمل مربع عدد کے لئے ہے۔

چونکہ باقی صفر ہے اور بار، کے نیچے کوئی عدد نہیں ہے اسلئے $\sqrt{7056} = 84$

5.6 عدد کا اندازہ یا قیاس

مندرجہ بالا مکمل مربع عدد 576 اور 7056 کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے کے لئے 'بار' کا استعمال کرتے ہیں۔

$\sqrt{\overline{5}\,\overline{76}} = 24$ اور $\sqrt{\overline{70}\,\overline{56}} = 84$

اِن دونوں اعداد یعنی 576 اور 7056 میں 'بار' کی تعداد 2 ہے اور اِن کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد 2 ہے۔

کیا آپ 25600 کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بتا سکتے ہیں؟ بار لگانے پر ہم $\overline{2}\,\overline{56}\,\overline{00}$ میں 3 بار حاصل کرتے ہیں۔ اسلئے 25600 کے جذر المربع میں 3 ہندسہ ہوگا۔

خود کر کے دیکھئے

مندرجہ ذیل اعداد کے جذر المربع میں ہندسوں کی کُل تعداد معلوم کیجئے (بغیر جذر المربع نکالے)

(i)19600 (ii)6400000000 (iii)4401604

مثال-5 وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جسے 16180 میں سے گھٹانے پر وہ مکمل مربع عدد بن جائے۔ اس مکمل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کریں۔

	127
1	$\overline{1}\,\overline{61}\,\overline{80}$
1	-1
22	061
2	-44
247	1780
7	-1729
	051

حل: سب سے پہلے طویل تقسیمی طریقہ سے معلوم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ اسطرح ہمیں 51 باقی حاصل ہوتا ہے۔ یہ ظاہر کرتا ہے کہ 127^2، 16180 سے 51 کم ہے۔ یعنی اگر ہم 16180 میں سے 51 گھٹا دیں تو ہمیں ایک مکمل مربع عدد حاصل ہوگا۔ اسلئے مطلوبہ مکمل مربع عدد $=16180 - 51 = 16129$ اور $\sqrt{16129} = 127$

مثال-6 وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جسے 7609 میں جوڑنے پر وہ مکمل مربع عدد بن جائے۔ اس مکمل مربع عدد کا جذرالمربع بھی معلوم کریں۔

حل:

	87
8	7609
8	-64
167	1209
7	1169
	040

واضح ہے کہ $87^2 < 7609 < 88^2$

وہ عدد جسے 7609 میں جوڑنے سے مکمل مربع بنے گا وہ ہے۔

$$88^2 - 7609 = 7744 - 7609 = 135$$

اس لئے مطلوبہ عدد =135

اور مکمل مربع عدد = 135 + 7609 =7744

اب 7744 کا جذرالمربع نکالینگے

	88
8	7744
8	-64
168	1344
8	-1344
	0

$\therefore \sqrt{7744} = 88$

مثال-7 پانچ ہندسوں کا وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں جو کہ مکمل مربع ہے۔ عدد کا جذرالمربع بھی معلوم کریں۔

حل: پانچ ہندسوں کا سب سے بڑا عدد 99999 جو مکمل مربع عدد نہیں ہے

اب چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کرتے ہیں جسے 99999 میں سے گھٹانے پر یہ مکمل مربع عدد بن جائے۔

اسلئے ہم 99999 کا جذرالمربع معلوم کرتے ہیں۔

	316
3	$\overline{9}\,\overline{99}\,\overline{99}$
3	-9
61	099
1	-61
626	3899
6	-3756
632	143

واضح ہے کہ $316^2 < 99999$

فرق ہے 143

اسلئے مطلوبہ عدد = 99856 = 143 − 99999

ساتھ ہی $\sqrt{99856}=316$

مثال-8 ایک مربع نما کھیت میں گھاس لگانے کا خرچ 15 روپیہ فی مربع میٹر کی در سے 1837500 روپیہ ہے۔ اس کھیت کے چاروں طرف تار لگانے کا خرچ 60 روپیہ فی میٹر کی شرح سے کتنا ہوگا؟

حل: گھاس لگانے کا خرچ = 1837500 روپیہ

کھیت کا رقبہ = $\frac{1837500}{15}$ مربع میٹر

= 122500 مربع میٹر

اسلئے مربع نما کھیت کا ضلع = $\sqrt{122500}$

= 350mt

کھیت کا احاطہ = 4x ضلع

= 4x350

= 1400mt

اسلئے تار لگانے کا خرچ = 60x1400 روپیہ

= 84000 روپیہ

مثال-9 $\frac{144}{256}$ کا جذرالمربع معلوم کریں

حل: $\frac{144}{256}$ کا جذرالمربع کرنے کے لئے سب سے پہلے

	16
1	256
1	1
26	156
6	156
	0

اور

	12
1	144
1	-1
22	044
2	44
	0

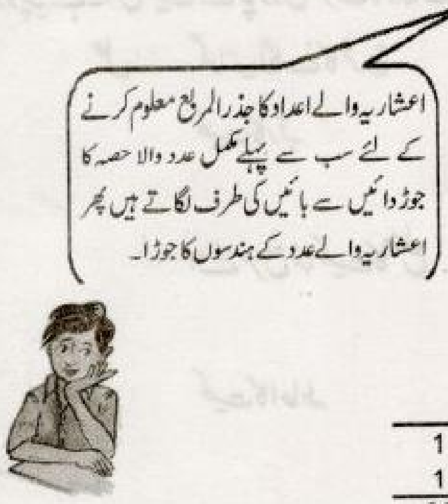
$\therefore \sqrt{256}=16$

$\therefore \sqrt{144}=12$

اب $\sqrt{\frac{144}{256}}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$

کسر اعداد کا جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے نسب نما اور شمار کنندہ کا جذرالمربع الگ الگ نکالتے ہیں۔ پھر حاصل جذرالمربع کو شمار کنندہ کی شکل میں لکھتے ہیں۔

5.7 اعشاریہ اعداد کا جذرالمربع



ابھی تک ہم نے مکمل مربع اعداد کے ہی جذرالمربع نکالے ہیں۔ پر ہم دوسرے اعداد جیسے اعشاریہ اعداد کے بھی جذرالمربع بھی نکال سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل مثالوں کو سمجھیں۔

مثال10. 150.0625 کا جذرالمربع معلوم کریں۔

حل:

	12.25
1	144
1	-1
22	050
2	44
242	0606
2	-484
2445	12225
5	-12225
	0

$\therefore \sqrt{150.0625}=12.25$

سوالنامہ-5.2

1. مندرجہ ذیل اعداد کا جذر المربع طویل تقسیمی عمل سے معلوم کریں

(i) 625 (ii) 900 (iii) 1444 (iv) 3249 (v) 5776

(vi) 10404 (vii) 19600

2. مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد بنا جذر المربع نکالے معلوم کریں۔

(i) 81 (ii) 121 (iii) 256 (iv) 4489 (v) 361

(vi) 27225 (vii) 390625

3. مندرجہ ذیل کسروں کا جذر المربع معلوم کریں

(i) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (ii) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ (iii) $\sqrt{\frac{36}{121}}$ (iv) $\sqrt{\frac{196}{225}}$ (v) $\sqrt{\frac{54}{486}}$

(vi) $\sqrt{3\frac{13}{36}}$ (vii) $\sqrt{\frac{80}{405}}$

4. مندرجہ ذیل اعشاریہ اعداد کا جذر المربع معلوم کریں

(i) 2.25 (ii) 6.76 (iii) 156.25 (iv) 9.8596

(v) 31.36 (vi) 1.0816 (vii) 0.2916

5. مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک میں سے سب سے چھوٹا کون سا عدد گھٹایا جائے کہ مکمل مربع عدد حاصل ہو جائے۔ اسطرح حاصل اعداد کا جذر المربع بھی معلوم کیجئے:

(i) 90 (ii) 7581 (iii) 1989 (iv) 3250

(v) 402 (vi) 825 (vii) 4000 (viii) 2509

6. مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک میں چھوٹے سے چھوٹا کون سا عدد جوڑا جائے کہ وہ ایک مکمل مربع عدد بن جائے۔ اس طرح حاصل مکمل مربع اعداد کا جذر المربع بھی معلوم کریں۔

(i) 130 (ii) 8400 (iii) 6203 (iv) 6412

(v) 525 (vi) 1750 (vii) 252 (viii) 1825

7. چھ ہندسوں کا وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں جو کہ ایک مکمل مربع عدد ہے عدد کا جذر المربع بھی معلوم کریں۔

8. چار ہندسوں کا وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجئے جو کہ ایک مکمل مربع عدد ہو حاصل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجئے

9. چھ ہندسوں کا وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جو کہ ایک مکمل مربع عدد ہو اسطرح حاصل مربع عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجئے

10. ایک مربع نما میدان کا رقبہ $60025m^2$ ہے۔ایک آدمی سائیکل سے 5 میٹر فی سکنڈ کی چال سے میدان کے چاروں طرف چلتا ہے تو کتنے وقت میں وہ اُس نقطہ پر آجائیگا جہاں سے چلنا شروع کیا تھا۔

ہم نے سیکھا

1. کسی عدد کو اُسی عدد سے ضرب کرنے پر جو حاصل ضرب حاصل ہوتا ہے اُس عدد کو مربع عدد کہتے ہیں۔یعنی مانا کہ n کوئی عدد ہے۔اس عدد کو n عدد سے ضرب کرنے پر حاصل ضرب اگر m حاصل ہوتا ہے تو n کو مربع عدد کہتے ہیں

یعنی $n x n = m$

یعنی $m = n^2$

2. کسی عدد کو غیر منقسم اجزائے ضربی کو یکساں اجزائے ضربی کے جوڑوں یا گروپوں میں تبدیل کر پہچان کرتے ہیں کہ دیا گیا عدد مربع ہے یا نہیں

3. جذر المربع، مربع کا معکوس عمل ہے

4. ایک مکمل مربع عدد کے دو مکمل جذر المربع ہوتے ہیں۔

مثبت جذر المربع کو علامت $\sqrt{}$ کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے

مثال کے لئے $4^2 = 16 \sqrt{16} = 4$

نوٹ