

اعداد و شمار کا انتظام (Management of Data)

باب-4

4.1 اطلاعات کی کھوج میں (Looking for information):

ہم اپنے آس پاس اکثر اخبارات، رسائل اور TV پر کئی طرح کے اعداد و شمار، جدول اور گراف دیکھتے ہیں۔ یہ چیزیں ہمیں کچھ جانکاریاں فراہم کرتی ہیں۔ آپ بھی اپنے آس پاس سے اطلاعات فراہم کر مطالعہ کر سکتے ہیں۔ اعداد و شمار جمع کرنے کے پہلے ہمیں یہ جاننا ہوگا کہ ہم کیا مطالعہ کرنا چاہتے ہیں۔ جیسے آپ جاننا چاہتے ہیں کہ آپ کے کلاس کے ساتھیوں کا اوسط وزن کیا ہے؟ اسے جاننے کے لئے کلاس کے ساتھیوں کے وزن کا اعداد و شمار جمع کرنا پڑے گا۔

اعداد و شمار (Data) کیا بتاتے ہیں؟ اسے بالکل واضح کرنے کے لئے گراف کے ذریعہ پیش کرتے ہیں۔ پچھلی جماعت میں مختلف طرح کا گراف آپ نے پڑھا ہے۔ آئیے انہیں پھر سے دیکھیں۔

1. تصویری گراف (Pictograph):

علامتوں کے ذریعہ، اعداد و شمار کی تصویری پیشکش (مظاہرہ):

□ = ایک علامت 1000 گلاسوں کی پیداوار (Production) کو بتاتا ہے۔

جنوری □ □ □ □

فروری □ □ □ □ □ □

مارچ □ □

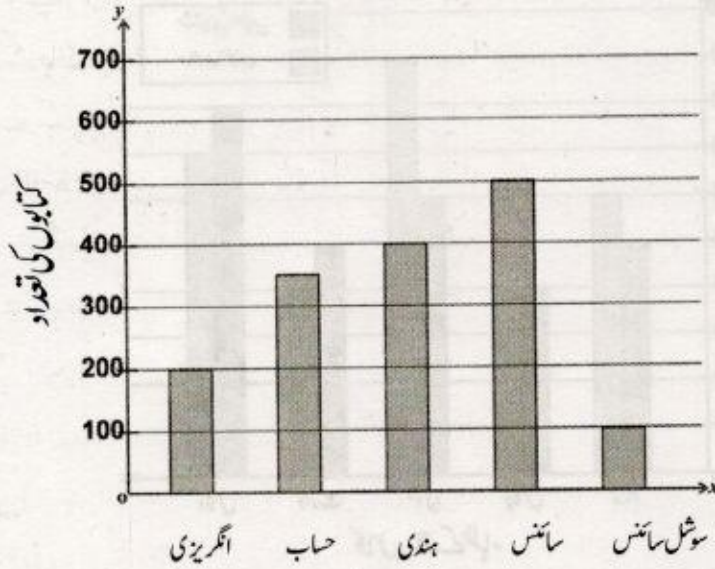
اپریل □ □ □ □

(الف) مارچ کے مہینے میں کتنے گلاسوں کی پیداوار ہوئی؟

(ب) کن دو مہینوں میں برابر پیداوار ہوئی؟

## 2. بارگراف (Bargraph):

بارگراف میں ہر ایک بار کی چوڑائی برابر (یکساں) ہوتی ہے اور وہ ایک دوسرے سے برابر (یکساں) دوری پر ہوتے ہیں۔ باروں کی لمبائی (اونچائی) بالترتیب ان کی قیمتوں کے تناسب میں ہوتی ہے۔



بار یکساں (برابر) چوڑائی کے ہیں اور دو لگاتار باروں کے بیچ میں برابر دوری رکھی گئی ہے۔

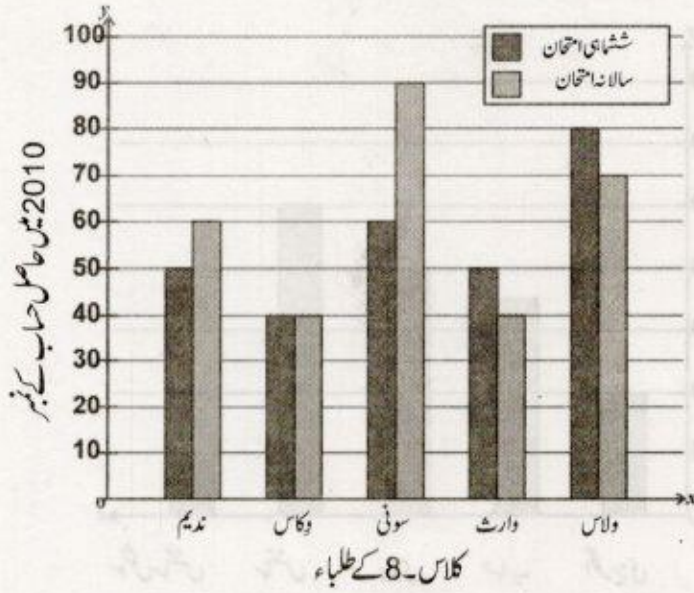
بار کی لمبائی (اونچائی) آنگڑے کی تعداد بتاتی ہے۔

- (i) سب سے زیادہ کس مضمون کی کتابیں ہیں اور وہ کتنی ہیں؟
- (ii) سب سے کم کس مضمون کی کتابیں ہیں اور وہ کتنی ہیں؟
- (iii) لائبریری میں کل کتنی کتابیں ہیں؟
- (iv) اس بار کے ذریعہ کیا اطلاع دی گئی ہے؟
- (v) کن دو مضامین کی کتابوں کی تعداد کا فرق سب سے کم ہے؟



## دوہرہ بار گراف (Double Bar Graph):

جب ہمیں آنکڑوں کے دو گروپوں سے موازنہ کرنے کی ضرورت ہوتی ہے تو دوہرے بار گراف (Double Bar Graph) کھینچتے ہیں۔



بار کو دیکھ کر آپ درج ذیل سوالوں کا جواب دیجئے:

- کس طالب علم کی کارکردگی اور سالانہ میں یکساں ہے؟
- کس طالب علم کی کارکردگی ششماہی کے مقابلے میں سالانہ میں سب سے اچھی رہی ہے؟
- کتنے طلباء نے سالانہ امتحان میں 50 سے زیادہ نمبر حاصل کئے؟
- اس دوہرے بار گراف سے کیا اطلاع دی گئی ہے؟
- ششماہی کے نمبروں کا اوسط کیا ہے؟ کیا یہ سالانہ امتحان 100 نمبروں کے اوسط نمبر سے کم ہے؟

یہاں ششماہی اور سالانہ امتحان کے کل نمبروں کو 100 مانا گیا ہے۔ سوچئے اگر ششماہی امتحان 50 نمبروں کا اور سالانہ امتحان 100 نمبروں کا ہو تو آپ موازنہ کیسے کریں گے۔

میں دونوں امتحانوں کے نمبروں کو فی صد میں بدل لوں گا۔



میں سالانہ امتحان میں حاصل نمبروں کو 2 سے تقسیم کر لوں گا۔

خود کر کے دیکھئے:

دیئے گئے رپورٹوں کو دکھانے کے لئے الگ الگ گراف کھینچئے:

سال	2007	2008	2009	2010	2011
لاہیریری کے لئے خریدی گئی کتابیں	190	160	180	150	200

گاؤں کا نام	بڑی پہاڑی	آشا نگر	منصور نگر
مردوں کی تعداد	2000	1500	1900
عورتوں کی تعداد	1800	1500	2000

مضمون	ہندی	انگریزی	حساب	سائنس	سوشل سائنس
رحیم کے ذریعہ حاصل شدہ نمبر	50	40	80	70	48

8 بہترین کرکٹ ٹیموں کے ذریعہ ODI میں جیتنے کا فیصد:

ٹیم	چیمپئن ٹرافی سے ورلڈ کپ 2006 تک	2007 میں پچھلے 10 ODI
ساؤتھ افریقہ	75%	78%
آسٹریلیا	61%	40%
سری لنکا	54%	38%
نیوزی لینڈ	47%	50%
انگلینڈ	46%	50%
پاکستان	45%	44%
ویسٹ انڈیز	44%	30%
بھارت	43%	56%

4.2 آنکڑوں کی تنظیم (Organization of Data):

آئیے ایک کلاس میں ہوئے حساب کے امتحان کا ریزلٹ دیکھیں:

28,	28,	28,	8,	10,	38,	28,	28,	15,	1,
28,	29,	18,	20,	36,	36,	10,	28,	15,	8

اس مثال میں ہر ایک نمبر ایک مشاہدہ (Observation) ہے۔ اس طرح فراہم (جمع) مشاہدوں کے مجموعہ کو شمار خام (Raw data) کہتے ہیں۔ معنی نیز نتیجہ نکالنے کے لئے ہمیں شمار خام کو ترتیب وار (بڑھتے ہوئے یا گھٹتے ہوئے) شکل میں سجانے کی ضرورت ہے۔ یعنی

38, 36, 36, 29, 28, 28, 28, 28, 28, 28,  
28, 20, 18, 15, 15, 10, 10, 8, 8, 1

یہاں سب سے زیادہ حاصل شدہ نمبر اور سب سے کم حاصل شدہ نمبر کا فرق کتنا ہے؟  
یہ فرق  $38 - 1 = 37$  ہے۔ یہی فرق (37) درج بالا آنکڑوں کا فصل (Range) ہے۔ فصل کے کم یا زیادہ ہونے پر ہمیں آنکڑوں کے پھیلاؤ کا پتہ چلتا ہے۔  
کون نمبر سب سے زیادہ مرتبہ حاصل کیا ہوگا اور کون سا نمبر سب سے کم مرتبہ حاصل کیا گیا؟ اس کے لئے ملان نشان (Tally Mark) کا استعمال کرتے ہوئے، درج ذیل جدول بناتے ہیں۔

#### جدول - 4.1

کل دفعہ (بار)	ملان نشان	حاصل شدہ نمبر
1	I	38
2	II	36
1	I	29
7	III II	28
1	I	20
1	I	18
2	II	15
2	II	10
2	II	8
1	I	1
20	Total	

ہر ایک حاصل شدہ نمبر کے سامنے لکھے ملان نشانوں کی تعداد سے ہمیں اس نمبر کو حاصل کرنے والے طلباء کی تعداد کا پتہ چلتا ہے۔ یہ تعداد اس حاصل شدہ نمبر کی آمد (Frequency) کہلاتی ہے۔ کسی مشاہدہ کا آمد وہ نمبر ہے، جتنی بار وہ مشاہدہ آنکڑوں میں آتا ہے۔ جدول 4.1 میں حاصل شدہ نمبر 28 کی آمد 7 ہے اور حاصل شدہ نمبر 10 کی آمد 2 ہے۔ درج بالا طریقے سے بنایا گیا جدول، آمد ترتیب جدول (Frequency Distribution Table) کہلاتا ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ ایک مشاہدہ کتنی دفعہ شامل ہے۔

جدول 4.1 کی رپورٹوں کو اپنی کاپی پر بار گراف کے ذریعہ ظاہر (پیش) کیجئے۔

### 4.3 آنکڑوں کی درجہ بندی (Grouping of Data):

کبھی کبھی ہمیں ایسے آنکڑے حاصل ہوتے ہیں جو بہت زیادہ ہوتے ہیں۔ جیسے کسی کلاس کے 30 طلباء کے حاصل شدہ نمبروں پر غور کیجئے:

11, 14, 3, 20, 17, 5, 8, 7, 13, 11,  
13, 4, 5, 14, 18, 10, 8, 13, 1, 8,  
12, 18, 13, 20, 16, 12, 11, 12, 9, 4,

اگر ہم ہر ایک نمبر کے لئے ایک آمد ترتیب جدول بنائیں تو وہ بہت لمبا ہوگا۔ اس لئے ہم سہولت کے لئے مشاہدوں کا کچھ گروپ یا درجہ وقفہ بناتے ہیں۔ جیسے 0-4, 4-8, 8-12 وغیرہ اور ہر ایک گروپ یا درجہ میں آنے والے مشاہدوں کی تعداد کی بنیاد پر ایک آمد ترتیب (Frequency Distribution) حاصل کرتے ہیں۔ اس طرح درج بالا آنکڑوں کے لئے درجہ بند آمد ترتیب جدول (Grouped Frequency Distribution Table) درج ذیل ہو سکتا ہے۔

#### جدول 4.1۔

درجہ وقفہ (Class Interval)	ملان نشان (Tally Mark)	آمد (Frequency)
0-4		2
4-8		5
8-12	III	8
12-18	IIII	9
16-20		4
20-24		2
	Total	30

درج بالا جدول میں 30 طلباء کے حاصل شدہ نمبروں کو پانچ درجوں (0-4، 4-8، 8-12 وغیرہ) میں تقسیم کر کے کبھی مشاہدوں (Observations) کو شامل کر لیا گیا ہے۔ اس میں ہر ایک گروپ کو درجہ وقفہ (class Interval) یا مختصر میں ایک درجہ (class) بھی کہتے ہیں۔

جب آنکڑوں کو اس شکل میں لکھا جاتا ہے تب دے درجہ بند آنکڑے (Grouped Data) کہلاتے ہیں اور اس طرح کے تقسیم کو درجہ بند آمد ترتیب (Grouped Frequency Distribution) کہتے ہیں۔ اس سے معنی خیز نتیجہ نکالنے میں مدد ملتی ہے۔ جیسے:

1. 7 طلباء نے 0 اور 8 کے بیچ نمبر حاصل کئے ہیں۔
2. زیادہ تر طلباء نے 8 اور 16 کے بیچ نمبر حاصل کئے ہیں۔
3. 20 نمبروں کے امتحان میں 6 طلباء نے 16 سے 20 نمبر حاصل کئے ہیں۔
4. ان آنکڑوں کا وسطی درجہ (Mode Class) 12-16 ہے۔

غور کیجئے کہ مشاہدہ 4 دونوں ہی درجوں 0-4 اور 4-8 میں شامل ہے۔ اسی طرح مشاہدہ 8، 12، 16، 20، دو درجوں میں شامل ہے۔ لیکن کوئی بھی مشاہدہ ایک ساتھ دونوں درجوں میں شامل نہیں ہو سکتا۔ اس سے بچنے کے لئے ہم یہ طریقہ اپناتے ہیں کہ مشترک مشاہدہ بعد میں آنے والے درجہ میں شامل کرتے ہیں۔ یعنی مشاہدہ 4 درجہ وقفہ 4-8 میں شامل ہے (0-4 میں نہیں)۔ اسی طرح 8 درجہ وقفہ 8-12 میں شامل ہے (4-8 میں نہیں)۔

یہاں ہر ایک درجہ کو متعین کرنے کے لئے دو اعداد ہیں۔ جیسے درجہ وقفہ 4-8 میں 4 اور 8 درجہ کی حد ہیں۔ جس میں 4 درجہ کی چٹکی حد (Lower Limit) اور 8 درجہ کی بالائی حد (Upper Limit) کہلاتی ہے۔ کیا آپ درجہ وقفہ 16-20 میں بالائی حد اور چٹکی حد بتا سکتے ہیں؟

کسی بھی درجہ وقفہ کے دونوں حدوں کے فرق کو درجہ ناپ (Class Size) یا درجہ چوڑائی (Class Width) کہتے ہیں۔ یہاں درجہ وقفہ 4-8 کا درجہ ناپ 4 ہے۔ درجہ وقفہ 8-12 اور 12-16 کا درجہ ناپ 4 ہے۔ کیا ہے؟

خود کر کے دیکھئے:

نیچے دیئے گئے آمد ترتیب جدول کا مطالعہ کیجئے اور ان کے نیچے دیئے ہوئے سوالوں کے جواب دیجئے:

آمد (مزدوروں کی تعداد)	درجہ وقفہ (روپیوں میں روز کی آمدنی)
45	75-100
25	100-125
55	125-150
125	150-175
140	175-200
55	200-225
35	225-250
50	250-275
20	275-300
550	Total

1. (i) درجہ وقفوں کی ناپ کیا ہے؟

(ii) درجہ وقفہ 225-250 کی بالائی حد کیا ہے؟

(iii) کس درجہ کی آمد سب سے زیادہ ہے؟

(iv) کن دو درجوں کی آمد یکساں (برابر) ہے؟

2. کلاس 8 کے 32 طلباء کی سالانہ بچت (روپیوں میں) اس طرح ہے:

38, 42, 40, 35, 72, 59, 80, 84, 73, 65, 38, 60, 58, 38, 54, 71,

83, 45, 38, 80, 27, 57, 61, 41, 76, 40, 39, 50, 44, 77, 53, 49

(i) درجہ وقفہ 30-40 (40 شامل نہیں ہے) وغیرہ لے کر ایک آمد جدول بنائیے:

(ii) درجہ وقفہ 20-30 کی درجہ حدود کیا ہے؟

(iii) درجہ وقفہ کا درجہ سائز کیا ہے؟

### 4.3.1 مستطیل گراف (Histogram): آنکڑوں کا گرافنی پیشکش:

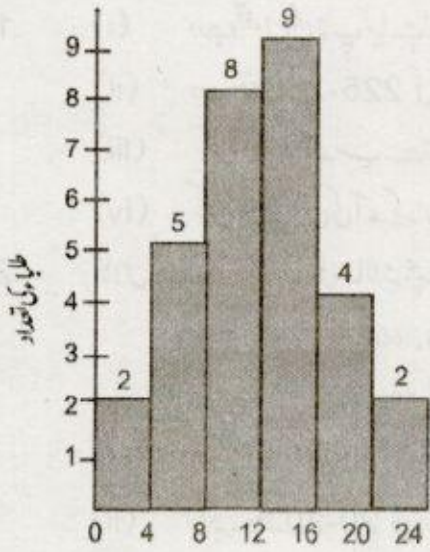
آئیے 30 طلباء کے ذریعہ حساب کے امتحان میں حاصل کئے گئے نمبروں کے درجہ بند آمد ترتیب پر غور کریں۔ (جدول-4.3)

جدول-4.3

آمد	درجہ-وقفہ
2	0-4
5	4-8
8	8-12
9	12-16
4	16-20
2	20-24
30	Total

تصویر: 4.1 میں درج بالا آمد ترتیب جدول کو گراف کی

شکل میں دکھایا گیا ہے۔



طلباء کے حاصل شدہ نمبر  
تصویر: 4.1

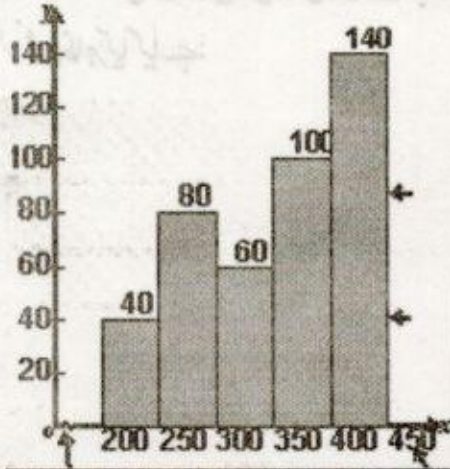
کیا یہ گراف، ان بار گرافوں سے الگ ہے، جو آپ نے کلاس 7 میں کھینچے تھے؟ واضح ہے یہاں باروں کے بیچ کوئی خالی جگہ نہیں ہے۔ کیونکہ درجہ-وقفوں کے بیچ میں کوئی خلا نہیں ہے۔ دوسرے یہ افقی ساق (Horizontal line) پر درجہ-وقفوں (مشاہدوں کے مجموعہ) کو دکھلایا گیا ہے۔ ہر کی لمبائی درجہ-وقفہ کی آمد کو ظاہر کرتی ہے۔ آنکڑوں کا اس طرح گرافنی پیشکش ایک مستطیل گراف (Histogram) کہلاتا ہے۔ یعنی مستطیل گراف ایک عمودی بار گراف ہوتا ہے جس میں مختلف باروں کے بیچ کوئی خالی جگہ نہیں ہوتی ہے۔ آئیے ایک اور مستطیل گراف دیکھیں۔

اس مستطیل گراف کے باروں سے ہم بتا سکتے ہیں کہ:

(الف) کتنے خاندانوں کا خرچ سب سے کم ہے؟

(ب) کتنے خاندانوں کا خرچ سب سے زیادہ ہے؟

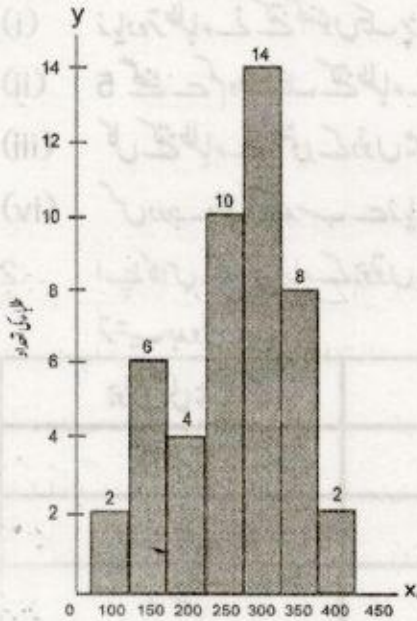
(ج) 350 روپیہ سے کم خرچ والے کتنے خاندان ہیں؟



یکساں چوڑائی والے باز جن کے بیچ میں کوئی خلا نہیں ہے۔

باز کلی اونچائی کسی مخصوص درجہ میں آنے والے مشاہدوں کی تعداد ظاہر کرتی ہے اور یہی اُس درجہ کی آمد ہے۔

ٹیز ہا میٹر خط اس افقی ساق کے سمت میں یہ بتاتا ہے کہ 0 سے 200 تک اسی خط پر ہے۔



کتاؤں پر خرچ (روپیوں میں)  
تصویر-4.3

خود کر کے دیکھئے:

مستطیل گراف (تصویر-4.3) کو دیکھئے اور درج ذیل سوالوں کے

جواب دیجئے۔

(i) اس مستطیل گراف کے ذریعہ کیا اطلاع دی جا رہی ہے؟

(ii) کس درجہ وقفہ میں سب سے زیادہ طلباء ہیں؟

(iii) کتنے طلباء کا خرچ 300 یا اس سے زیادہ ہے؟

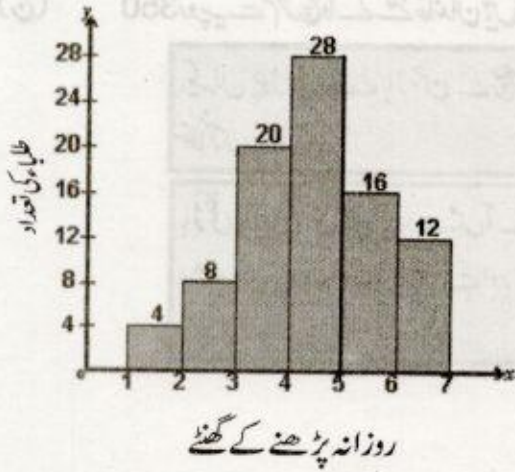
(iv) درجہ سائز کیا ہے؟

(v) کیا اس گراف سے 100 روپیہ سے کم خرچ کرنے والے

طلباء کی تعداد کا پتہ چلتا ہے؟

## سوالنامہ - 4.1

1. چھٹی کے دنوں میں کلاس - 8 کے طلباء کے ذریعہ ہر روز پڑھنے کا وقت (گھنٹوں میں) دیئے ہوئے گراف میں ظاہر کیا گیا ہے:



درج ذیل سوالوں کے جواب دیجئے:

- زیادہ تر طلباء نے کتنے گھنٹوں تک پڑھا؟
  - 5 گھنٹے سے کم وقت تک کتنے طلباء نے پڑھا؟
  - کل کتنے طلباء نے چھٹی کے دنوں میں بھی پڑھا؟
  - کس درجہ - وقفہ کی آمد سب سے زیادہ ہے؟
2. اپنے کلاس کے سبھی طلباء کے جوتوں یا چپلوں کے ناپ جمع کیجئے۔ انہیں درج ذیل جدول میں بھر کر ایک آمد ترتیب جدول بنائیے۔

جوتوں کی ناپ	ملان نشان	آمد
5 نمبر		
6 نمبر		
7 نمبر		
8 نمبر		

3. ویشالی گاؤں کے 27 مکانوں کے ایک ماہ کا بجلی بل روپیوں میں درج ذیل ہے:

324, 700, 617, 400, 356, 365, 435, 548, 780, 570, 312, 584, 506, 736, 378,  
685, 630, 674, 754, 776, 596, 745, 763, 422, 580, 565, 570

درجہ۔ وقفہ 300-400 وغیرہ لے کر ایک آمد جدول بنائیے۔

4. سوال۔ 3 میں دیئے آنکڑوں سے حاصل جدول کے لئے ایک مستطیل گراف بنائیے اور درج ذیل سوالوں کے جواب دیجئے۔

(i) کس گروپ میں بجلی صارفین (Consumer) کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

(ii) کتنے بجلی صارفین 500 روپے یا اس سے زیادہ بل جمع کرتے ہیں؟

(iii) کتنے صارفین 400 روپے سے کم کا بل جمع کرتے ہیں؟

(iv) درجہ۔ وقفہ 400-500 کی بالائی حد اور پچھلی حد کیا ہے؟

(v) گراف میں کتنے درجہ۔ وقفہ ہیں؟

5. راجو اپنے گھر کے کپڑوں کو رنگوں کی بنیاد پر الگ کر کے اس طرح درج کرتا ہے۔

سفید (W)، لال (R)، کالا (B)، پیلا (Y)، دوسرا رنگ (O) بنائی گئی فہرست (List) درج ذیل شکل میں ہے:

R R O W R B Y R B W W O O R B Y Y O W R  
B Y Y B R R O W W R W O O R Y W B Y

میلان نشانوں کا استعمال کرتے ہوئے ایک آمد ترتیب جدول بنائیے۔ اسے پیش کرنے کیلئے ایک بار گراف کھینچئے۔

6. اپنے کلاس کے طلباء سے یہ جانکاری حاصل کیجئے کہ وہ گھر پر پچھلے دن کتنے دیر پڑھے۔ ان آنکڑوں کو درج ذیل درجہ بند آمد جدول میں بھرئیے۔

وقت (منٹ میں)	میلان نشان	آمد
0-30		
30-60		
60-90		
90-120		
120-150		
150-180		
180-210		
210-240		

درج بالا آنکڑوں کا ایک مستطیل گراف بنائیے:

7. درج ذیل میں سے کس طرح کے آنکڑوں کو ظاہر (پیش) کرنے کے لئے آپ ایک مستطیل گراف کا استعمال کریں گے؟

- گھر کے مختلف اناجوں کی مقدار۔
- کسی اسکول کے سبھی طلباء کی اونچائی۔
- 5 کمپنیوں کے ذریعہ بنائے گئے ٹیلی ویژنوں کی تعداد۔
- ایک مصروف شاہراہ پر صبح 8.00 بجے سے دوپہر 2.00 بجے تک گزرنے والی گاڑیوں کی تعداد
- آپ کے کلاس کے سبھی طلباء کا گھر سے اسکول کی دوری (میٹر میں)۔

#### 4.4۔ دائرہ گراف یا پائپا چارٹ (Circle Graph or Pie Chart):

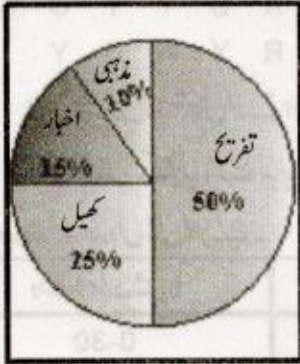
نیچے دائرہ کی شکل میں آنکڑے دیئے گئے ہیں۔ انہیں دھیان سے دیکھئے۔

T.V. پر مختلف پروگراموں کو دیکھنے

ایک دن میں ایک بچے کے ذریعہ

والوں کی تعداد

مختلف کاموں میں گزارا گیا وقت



تصویر۔ 4.5(ii)



تصویر۔ 4.5 (i)

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ:

(i) کس کام میں بچے کا سب سے زیادہ وقت گزرا؟

(ii) کس پروگرام کو دیکھنے والوں کی تعداد سب سے کم ہے۔

آپ نے درج ذیل بالاسوالوں کا حل کیسے ڈھونڈا؟

آپ جانتے ہیں کہ کسی دائرہ کے مرکز پر بنے زاویوں کا جوڑ 360° ہوتا ہے۔ تصویر۔ 4.5(i) میں سونے

کا علاقہ مرکز پر سب سے بڑا زاویہ بنا رہا ہے۔ جبکہ تصویر۔ (ii) 4.5 میں مذہبی پروگرام کا علاقہ مرکز پر سب سے چھوٹا زاویہ بنا رہا ہے۔ یہاں مکمل دائرہ کو قطعہ نصف قطروں (Sectors) میں بانٹا گیا ہے۔ ہر ایک قطعہ نصف قطر (Sector) کا Size اس کے ذریعہ پیش کش کئے گئے رپورٹ کے تناسب میں ہوتا ہے۔ اس طرح کا پیش کش دائرہ گراف (Circle Graph) یا پائی چارٹ (Pie Chart) کہلاتا ہے۔

#### 4.4.1 پائی چارٹ کو کھینچنا (Drawing Pie Charts):

تصویر۔ (i) 4.5 درج ذیل آنکڑوں کا دائرہ کے شکل میں پیش کش ہے:

دوسرا	کھیل	گھر کا نام	اسکول	سونا	کام
3	3	4	6	8	وقت گھنٹے میں

آئیے ان آنکڑوں کو ایک پائی چارٹ میں پیش کرنے کے مرحلوں (Step) کو سمجھیں:

مرحلہ۔ 1: سب سے پہلے سبھی مشاہدوں کو جوڑتے ہیں۔

$$8 + 6 + 4 + 3 + 3 = 24 \text{ یہاں}$$

سوچئے اگر مشاہدوں کی کل اکائی 24 ہے تو آپ 24 میں سے  $\frac{8}{24}$  کو کس طرح سے دائرہ میں ظاہر کر سکتے ہیں؟

مرحلہ۔ 2: ہر ایک مشاہدہ (رپورٹ) کو ظاہر کرنے والے دائرہ کا حصہ (مکمل کا حصہ) معلوم کرتے ہیں۔

جیسے: اسکول کے وقت کا مکمل میں حصہ (Part)

$$\text{اسکول کے گھنٹوں کی تعداد} = \frac{\text{مکمل دن}}{24}$$

$$= \frac{6 \text{ گھنٹہ}}{24 \text{ گھنٹہ}} = \frac{1}{4}$$

اس لئے اسکول کے گھنٹوں کو پورے دائرہ کے  $\frac{1}{4}$  ویں حصہ میں کھینچا جائے گا۔

کیا آپ دوسرے کاموں کا حصہ معلوم کر سکتے ہیں؟ سبھی کاموں کے حصوں کو جوڑیے۔ کیا سبھی کا جوڑ ایک

ہی حاصل ہوتا ہے؟

دائرہ کے  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{4}$ ..... وغیرہ کرنا تو آسان ہے۔ سوچئے  $\frac{1}{6}$  یا  $\frac{1}{10}$  وغیرہ حصے کرنے

ہوں تو کون سا طریقہ کام میں لایا جاسکتا ہے؟

مرحلہ-3: مکمل مرکزی زاویہ ( $360^\circ$ ) کے ہر ایک کام کے لئے زاویائی ناپ معلوم کرتے ہیں۔ جیسا کہ جدول میں دکھلایا گیا ہے۔

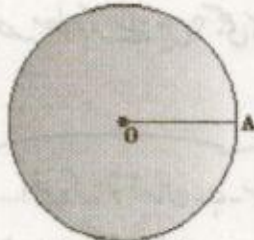
#### جدول-4.4

کام	کام کے گھٹنے	مکمل کا حصہ	$360^\circ$ کا حصہ
سونا	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	$360^\circ$ کا $\frac{1}{3} = 120^\circ$
اسکول	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$	$360^\circ$ کا $\frac{1}{4} = 90^\circ$
گھر کا کام	4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	$360^\circ$ کا $\frac{1}{6} = 60^\circ$
کھیل	3	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$	$360^\circ$ کا $\frac{1}{8} = 45^\circ$
متفرق (دوسرا)	3	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$	$360^\circ$ کا $\frac{1}{8} = 45^\circ$

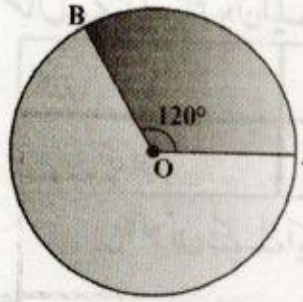
کے لئے زاویائی ناپ کیا ہوگا؟ سوچئے۔



مرحلہ-4: سہولت کے اعتبار سے کسی نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچئے۔ اس کا مرکز (O) اور ایک نصف قطر (O A) درج کیجئے۔



تصویر: 4.6



مرحلہ-5: سونے کے گھٹنے کے قطعہ نصف قطر کا زاویہ  $120^\circ$  ہے۔

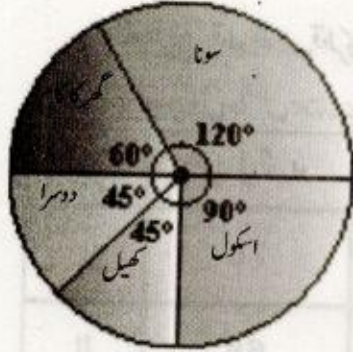
چاند کا استعمال کر کے  $\angle AOB = 120^\circ$  کھینچئے۔

مرحلہ-6: بچے ہوئے قطعات نصف قطر کے زاویوں کو اسی طرح چاند سے

کھینچئے۔ مکمل دائرہ مختلف قطعات نصف قطر میں بٹ جائے گا۔

مثال-1: منسلک پائی چارٹ (تصویر-4.7) ایک مکان کو بنانے میں

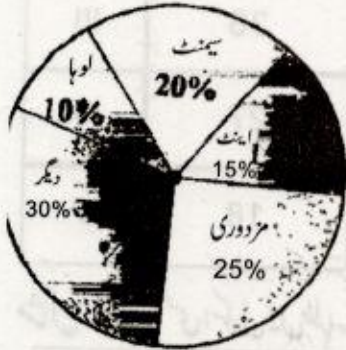
مختلف مدوں (items) میں خرچ کو ظاہر کرتا ہے۔



(i) کس مد میں خرچ سب سے زیادہ ہے؟

(ii) کن دو مدوں کا خرچ کل خرچ کا آدھا ہے؟

(iii) اگر اینٹ کا خرچ 30,000 روپیہ ہے تو لوہے کا خرچ کیا ہے؟



حل: (i) دوسرے مد کا خرچ سب سے زیادہ ہے۔

(ii) سیمنٹ اور دوسرے مد کا خرچ کل خرچ کا آدھا ہے۔

(iii) 15% ظاہر کرتا ہے 30,000 روپیہ

1% ظاہر کرے گا  $\frac{30000}{15}$  روپیہ

10% ظاہر کرے گا  $\frac{30000}{15} \times 10 = 20000$  روپیہ

مثال - 2: ایک خاص دن ایک اسکول میں طلباء کی حاضری درج ذیل ہے:

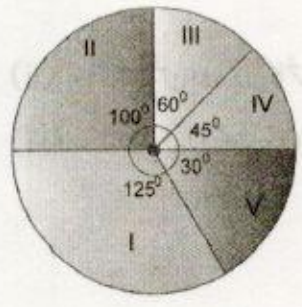
V	IV	III	II	I	کلاس
18	27	36	60	75	طلباء کی تعداد

ان آنکڑوں کے لئے ایک پائی چارٹ کھینچئے۔

حل:

ہم ہر ایک قطعہ نصف قطر کا مرکزی زاویہ معلوم کرتے ہیں۔ یہاں کل طلباء 216 ہیں۔ اس سے ہمیں درج ذیل جدول حاصل ہوتا ہے۔

مرکزی زاویہ	طلباء کی تعداد	کلاس
$\left(\frac{75}{216} \times 360^\circ\right) = 125^\circ$	75	I
$\left(\frac{60}{216} \times 360^\circ\right) = 100^\circ$	68	II
$\left(\frac{36}{216} \times 360^\circ\right) = 60^\circ$	36	III
$\left(\frac{27}{216} \times 360^\circ\right) = 45^\circ$	27	IV
$\left(\frac{18}{216} \times 360^\circ\right) = 30^\circ$	18	V



تصویر: 4.8

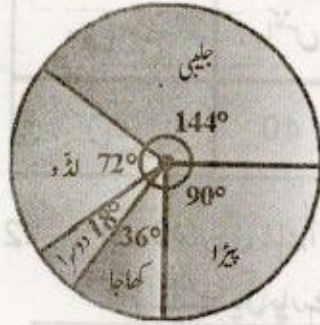
مثال - 3: کسی اسکول میں طلباء کے ذریعہ پسند کی جانے والی مٹھائیاں درج ذیل ہیں۔

دوسرا	کھا جا	پیڑا	لڈو	جلیبی	مٹھائیاں
5%	10%	25%	20%	40%	طلباء کا فیصد

ان آنکڑوں کو ایک پائی چارٹ کی شکل میں ظاہر کریں۔

حل:

یہاں کل فیصد = 100 ہے۔ اس سے درج ذیل جدول حاصل ہوتا ہے:



مٹھائی	طلباء کا فیصد	مرکزی زاویہ
جلیبی	40%	$\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$
لڈو	20%	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
پیڑا	25%	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
کھاجا	10%	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
دوسرا	5%	$\frac{5}{100} \times 360^\circ = 18^\circ$

خود کر کے دیکھئے:

1. نیچے دیئے آئٹمز کے لئے ایک پائی چارٹ کھینچئے۔

ایک بچہ کے ذریعہ ایک اتوار کو گزارا گیا وقت اس طرح ہے:

ٹیلی ویژن دیکھنا	-	3 گھنٹے
دوستوں کے ساتھ کھیلنا	-	2 گھنٹے
گھر کا کام	-	6 گھنٹے
دوسرا کام	-	3 گھنٹے
سونا	-	8 گھنٹے
صفائی	-	2 گھنٹے

2. اپنے پانچ دوستوں کے خاندان میں ممبروں کی تعداد کو لکھیں اور اسے پائی چارٹ کے ذریعہ ظاہر کریں۔

3. اپنے خاندان کے ایک ماہ کی کل آمدنی کا پتہ کریں اور مختلف مدوں پر خرچ کا ایک جدول بنائیں اور اسے

پائی چارٹ کے ذریعہ ظاہر کریں۔

## سوالنامہ۔ 4.2

1. کسی طالب علم کی چھوٹی سی لائبریری میں مختلف مضامین کی کتابیں نیچے دی گئی ہیں۔ ان آنکڑوں کو ایک پائی چارٹ کے ذریعہ ظاہر کریں۔

میزان	سوشل سائنس	ہندی	انگریزی	حساب	سائنس	مضامین
72	4	7	9	12	40	کتابیں

2. ایک خاندان کی ماہانہ آمدنی 12,000 روپیہ ہے۔ خاندان کا ماہانہ خرچ درج ذیل ہے۔ دیئے گئے آنکڑے سے پائی چارٹ بنائیے۔

مد	مکان کرایہ	غذا	تعلیم	تفریح	صحت
خرچ (روپیہ میں)	1,500	6,000	2,000	1,000	1,500

3. بھوتی کے ذریعہ حساب کے چھ مہینوں کی ماہانہ جانچ امتحان میں حاصل شدہ نمبر درج ذیل ہے۔

مہینوں کے نام	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر
حاصل شدہ نمبر (100 میں)	40	45	65	35	55	60

درج بالا آنکڑوں سے پائی چارٹ بنائیے۔

### 4.5 اتفاق اور امکان (Chance and Probability):

کبھی کبھی ایسا ہوتا ہے کہ پچھلے کئی دنوں سے آپ کے گھر پینے کا پانی صبح 6 بجے سے 7.30 بجے تک آتا ہے لیکن جب آپ کسی دن دیر سے 7 بجے اٹھ کر پانی بھرنے جاتے ہیں تو وہ جلد ہی بند ہو جاتا ہے۔

ہر ایک آدمی جاننا چاہتا ہے کہ ایک خاص ریل گاڑی صبح وقت سے چلتی ہے لیکن جس دن آپ صبح وقت پر پہنچتے ہیں، اسی دن وہ دیر سے آتی ہے۔



آپ کو درج بالا قسم کی کئی حالات کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ جہاں آپ اتفاق (Chance) کا سہارا لے کر کام کرنا چاہتے ہیں۔ لیکن وہ اس طرح سے نہیں ہوتا جیسا آپ چاہتے ہیں۔ کیا آپ ایسی کچھ اور مثالیں دے سکتے ہیں؟ جب کوئی آدمی لاٹری کا ٹکٹ خریدتا ہے تو اس کے جیتنے اور ہارنے کا امکان برابر نہیں ہوتا۔ اس لئے جیتنے کا امکان بہت کم و ہارنے کا امکان بہت زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن یہاں ہم کچھ ایسے عملوں کی بات کریں گے جن کے نتائج آنے کا امکان برابر ہے۔

کوئی نتیجہ حاصل کرنا (Getting a result):

ڈبلو اور بیلو پاس سے کھیل رہے تھے۔ تبھی ڈبلو نے بیلو سے کہا کہ پاس میں چھ سب سے کم دفعہ آتا ہے۔

آپ کیا سوچتے ہیں؟ کیا ایسا ہی ہوتا ہے؟.....



یہ جاننے کے لئے کہ کیا 6 باقی نمبروں 1,2,3,4,5 سے حقیقت میں کم آتا ہے یا نہیں۔ ڈبلو اور بیلو نے 25-25 مرتبہ پاس کو پھینک کر آئے نمبروں کا ایک آمد جدول بنایا۔

بیلو کے ذریعہ 25 مرتبہ پھینکے پاس کے لئے جدول:

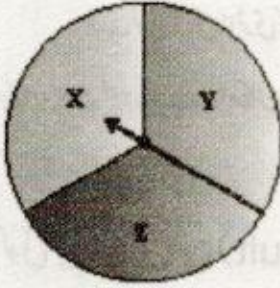
آپ بھی پاس لے کر دیکھیں کہ 25 مرتبہ پھینکے پر آپ کو حاصل نمبروں کا جدول کیسا بنتا ہے؟

اس لئے یہ ضروری نہیں ہے کہ کوئی نمبر کم آئے یا زیادہ۔ پاس کے کسی بھی نمبر کے آنے کا امکان برابر ہے۔ اس طرح کا عمل Random Experiment (دفعاً عمل) کہلاتا ہے۔ اس عمل کے 1,2,3,4,5 اور 6 کے نتائج ہیں۔

جب نتائج حاصل ہوتے ہیں؟

	1
	2
	3
	4
	5
	6

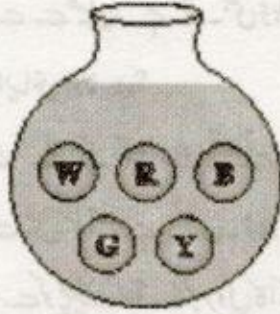
## خود کر کے دیکھئے:



1. اگر آپ ایک موٹر سائیکل چلانا شروع کریں تو ممکن نتیجہ کیا ہے؟
2. جب ایک پاس سے (die) کو پھینکا جاتا ہے تو ممکنہ چھ نتائج کیا ہیں؟
3. جب آپ پہننے کو گھمائیں گے تو ممکنہ نتائج کیا ہوں گے۔ ان کی فہرست بنائیے۔

(یہاں نتیجہ کا مطلب ہے کہ وہ قطعہ نصف قطر

جہاں پر Pointer گھمانے پر رُکے گا۔)



4. آپ کے پاس ایک تھیلا ہے۔ اس میں مختلف رنگوں کی پانچ ایک جیسی گیندیں ہیں۔ آپ بغیر دیکھے اس میں سے ایک گیند نکالتے ہیں۔ حاصل ہونے والے نتائج کو لکھئے۔

## یکساں ممکنہ نتائج (Equally Likely Outcomes):

اپنے کلاس کے بچوں کو 3-4 کی ٹولیوں میں بانٹ کر ہر ایک ٹولی کو ایک سکہ دے دیجئے۔ کہئے کہ وہ سکہ کو کئی دفعہ اچھالیں اور ہر دفعہ نوٹ کریں کہ چیت (Head) آیا یا پٹ (Tail)۔ ہر ایک ٹولی ان آنکڑوں کو جدول میں بتائے گئے طریقے کے مطابق دو کالم میں درج کر سکتی ہے۔ چیت آنے پر گولا (O) اور پٹ آنے پر چوکور (□) کا نشان لگایا جاسکتا ہے۔ 15 بار سکہ اچھالنے کے بعد آپ یہ دیکھیں کہ کون سا نشان زیادہ دیر تک دہرایا جا رہا ہے۔ مثلاً کیا لگاتار 6 دفعہ چیت آیا؟ یا کتنی بار ایک کے چیت پٹ بعد آئے؟ ہر ایک ٹولی اپنی اپنی سب سے لمبی زنجیر کو پہچان کر لکھیں۔ مثلاً، کیا وہ پٹ کے بعد ایک چیت یا دو چیت کے بعد ایک پٹ آتا ہے۔ یا کیا چیت اور پٹ لگاتار ایک کے بعد ایک آتے ہیں؟ یا کیا ایسا کوئی Pattern ہے ہی نہیں۔



اب اُن سے کہیں زیادہ دفعہ سکہ اُچھال کر ہر ایک 10 اُچھال کے بعد اپنے نتائج کو درج کرنے کو کہئے۔  
اب سب سے لمبی زنجیر کون سی ہے؟ اب کیا کوئی Pattern ہے؟  
آئیے اپنے نتائج چارٹ کو دیکھیں، جہاں ہم اُچھالوں کی تعداد میں اضافہ کرتے جا رہے ہیں:

اچھالوں کی تعداد	ملان نشان (H)	چت کی تعداد	ملان نشان (T)	پٹ کی تعداد
40	### ##	22	### ## 	18
50	### ##	23	### ## ##	27
60	.....	28	.....	32
70	.....	33	.....	37
80	.....	38	.....	42
90	.....	44	.....	46

دھیان دیجئے کہ جب آپ اچھالوں کی تعداد زیادہ سے زیادہ بڑھاتے ہیں جاتے ہیں، تب چت کی تعداد اور پٹ کی تعداد باہم زیادہ سے زیادہ نزدیک آتے جاتے ہیں۔  
ایسا ہی ایک پاسے کے ساتھ بھی ہو سکتا ہے، جب اسے ایک بڑی تعداد میں پھینکا جاتا ہے۔ چھ نتائج میں سے ہر ایک کی تعداد باہم لگ بھگ برابر ہو جاتی ہے۔  
ایسی حالت میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل کے مختلف نتائج، یکساں ممکنہ (Equally Likely) ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ سبھی میں سے ہر ایک نتیجہ کے آنے کا اتفاق (Chance) ایک ہی ہے۔  
اتفاق کو امکان سے جوڑنا (Linking Chances to Probability):  
جب ہم ایک سکہ اچھالتے ہیں تو یہاں چت آنے کا امکان 2 نتائج (چت اور پٹ) میں سے 1 ہے یعنی  $\frac{1}{2}$  ہے۔  
دوسرے لفظوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک چت آنے کا امکان =  $\frac{1}{2}$  ایک پٹ آنے کا امکان کیا ہے؟  
یہاں دونوں ہی نتائج یکساں ممکنہ (Equally likely) ہیں۔

اب اگر آپ ایک پاسے کو پھکیں تو کیا نتائج حاصل ہوں گے؟ واضح ہے 1,2,3,4,5,6 میں سے کوئی ایک۔ یہاں چھ یکساں ممکنہ نتائج ہیں۔ ان میں 3 حاصل کرنے کا امکان ہوگا۔

تین دینے والے نتائج کی تعداد — 1

امکانی نتائج کی تعداد — 6

2 حاصل کرنے کا امکان کیا ہے؟ 7 حاصل کرنے کا امکان کیا ہوگا؟ واقعات کے شکل میں نتائج۔ ہر ایک عمل کے ہر ایک نتائج کے مجموعہ سے ایک واقعہ بنتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک سیکے کو اچھالنے کے عمل میں ایک چت حاصل کرنا ایک واقعہ ہے اور پٹ حاصل کرنا بھی ایک واقعہ ہے۔ ایک پاسے کو پھینکنے کے عمل میں نتائج 1,2,3,4,5,6 میں سے ہر ایک نتیجہ حاصل کرنا ایک واقعہ ہے۔

ایک جفت عدد حاصل کرنے کا امکان کیا ہے؟

یہ ہے:  $\frac{3}{6}$  — ان نتائج کی تعداد جو واقعہ بناتے ہیں (2,4,6)

$\frac{6}{6}$  — ممکنہ نتائج کی تعداد

مثال۔ 4: ایک تھیلے میں 5 کالی گیندیں اور 2 لال گیندیں ہیں۔ (یہ گیندیں رنگ کے علاوہ سبھی طرح سے یکساں ہیں)۔ تھیلے کے اندر سے بغیر دیکھے ایک گیند نکالی جاتی ہے۔ ایک لال گیند حاصل کرنے کا کیا امکان ہے؟ کیا یہ ایک کالی گیند حاصل کرنے کے امکان سے زیادہ ہے یا کم؟  
حل: یہاں واقعہ کے کل  $5+2=7$  نتائج ہیں۔ لال گیند حاصل کرنے کے لئے 2 نتائج ہیں۔ (کیوں؟)  
اس لئے لال گیند حاصل کرنے کا امکان  $\frac{2}{7}$  ہے۔

اسی طرح کالی گیند حاصل کرنے کا امکان  $\frac{5}{7}$  ہے۔ (کیوں؟)

اس لئے لال گیند حاصل کرنے کا امکان، کالی گیند حاصل کرنے کے امکان سے کم ہے۔

## سوالنامہ۔ 4.3

1. دو سکوں کو ایک ساتھ۔ ساتھ اچھالا جاتا ہے۔ ایک سکہ کے چت آنے کا کیا امکان ہے۔
2. ایک تھیلے میں 6 سفید، 11 لال اور 7 پیلے رنگ کی گیند ہیں۔ اس تھیلے میں سے ایک پیلے گیند نکالنے کا امکان معلوم کیجئے۔
3. اچھی طرح سے پھینٹی ہوئی 52 تاشوں کی ایک گڈی میں سے 1 کا حاصل کرنے کا امکان کیا ہوگا؟
4. جب ایک پاسے کو پھینکا جاتا ہے تب درج ذیل ہر ایک واقعہ سے حاصل ہونے والے امکانوں کو لکھئے:
  - (i) (a) ایک غیر منقسم عدد (b) ایک غیر منقسم عدد نہیں
  - (ii) (a) 4 سے بڑا ایک عدد (b) 4 سے بڑا عدد نہیں
  - (iii) ایک جفت عدد
5. 12 الگ۔ الگ پرچیوں پر 1 سے 12 تک اعداد لکھا ہوا ہے (ایک پرچی پر ایک عدد)۔ انہیں ایک ڈبے میں رکھ کر اچھی طرح سے ملا دیا جاتا ہے۔ ڈبے کے اندر سے بغیر دیکھے ایک پرچہ نکالا جاتا ہے۔ درج ذیل کا امکان کا ہوگا؟
  - (i) عدد 5 حاصل کرنا
  - (ii) عدد 13 حاصل کرنا
  - (iii) اعداد 1 سے 12 میں کوئی ایک حاصل کرنا۔

