باب-16 اعداد کے ساتھ کھیل

عددی خاندان کے تحت قدرتی اعداد، مکمل اعداد، اعداد صحیح اور قابل پیمائش اعداد کے بارے میں آپ جانکاری حاصل کر چکے ہیں۔ آپ اعدادوں کے پھیلی ہوئی شکل کے بارے میں جانتے ہیں۔ آیئے اس سے جُڑے دوسرے بنیادی تصورات کو سمجھیں۔

عام شکل میں اعداد:

ہم ایک عدد 75 لیتے ہیں اور اُسے ذیل شکل میں لکھتے ہیں:

$75=10x7+5$

اسی طرح عدد 32 کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے:

$32=10x3+2$

یعنی a اور b سے بنے کسی دو ہندسوں کے عدد ab کا مطلب ہے:

$ab=10xa+b=10a+b$

یہاں ab اور ba اعداد کو دکھاتے ہیں نہ کہ عام ضرب کو۔

عام ضرب میں $6x3=3x6$

تب $axb=bxa$

یا $ab = ba$

لیکن اعداد میں ab میں a دہائی کے مقام پر ہے اسلئے

$ab=ax10+b$ اور $ba=10xb+a$

اس لئے $ax10+b \neq bx10+a$

اب ہم تین ہندسوں والا عدد 452 لیتے ہیں۔ اس عدد کو اس شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

$452 = 4x100+5x10+2 = 400+50+2$

$378 = 3x100+7x10+8 = 300+70+2$

یعنی a، b اور c سے بنے تین ہندسوں کے عدد کو اس شکل میں لکھا جا سکتا ہے:

$abc = 100xa + 10xb+c$

$= 100a + 10b+c$

$bca = 100xb +10xc+a$

$= 100b+10c+a$

$cab = 100xc+10xa+b$

$= 100c+10a+b$

کوشش کیجیے:

1۔ نیچے لکھے اعداد کو پھیلی ہوئی شکل میں لکھیں:

(a) 75 (b) 89 (c) 135

(d) 524 (e) acb

2۔ درج ذیل کو مختصر شکل میں لکھیں:

(a) 10x6+5 (b) 100x6+10x8+3 (c) 100c+10a+b

یہاں a, b اور c کی قیمتیں دی ہوئی ہیں اُس کے مطابق عدد معلوم کیجیے:

1. 100c+10a+b جب a=2 ' b=9 اور c=2 ہو
2. 100c+10a+b جب a=0 ' b=1 اور c=4 ہو
3. 100a+b جب a=2 ' b=4

16.2 ہندوسوں کا پلٹنا دو ہندسوں کا پلٹنا

رِچا اور شرون کے بیچ بات چیت

رِچا		شرون
دو ہندسوں کا کوئی عدد لو	⟷	ٹھیک ہے، دو ہندسوں کا عدد لے لیا، 78
جو عدد لیا اُسے پلٹ دو	⟷	ٹھیک، میں نے پلٹ دیا، 87 حاصل ہوا
پہلے والے عدد اور نئے عدد کو	⟷	جوڑ لیا، 78+87=165، حاصل ہوا۔
اب حاصل جمع میں 11 سے تقسیم	⟷	تقسیم دے دیا 165÷11=15، حاصل ہوا۔
باقی صفر حاصل ہوا	⟷	لیکن تمہیں یہ کیسے معلوم ہوا۔

اس میں ایسا ہوا کہ شرون دو ہندسوں والا عدد 78 لیا۔ ہندسوں کو پلٹنے پر اُسے 87 ملا۔ دونوں کو جوڑنے پر 78+87=165 حاصل ہوا۔ آخر میں 11 سے تقسیم دینے پر 165÷11=15 حاصل ہوا اور باقی صفر حاصل ہوا۔

کوشش کیجیے:

جانچ کر کے پتہ کیجیے کہ شرون نے درج ذیل اعداد چُنا ہوتا تو کیا نتیجہ حاصل ہوتا؟

(1) 28 (2) 42 (3) 75 (4) 18

آیئے رِچا کی چالاکی (Trick) کو واضح کریں۔ مانکہ شرون ab چُنتا ہے جو دو ہندسوں کا عدد ہے۔ اس کی وسیع شکل 10a+b ہے۔ ہندسوں کو پلٹنے پر ba حاصل کرتا ہے یعنی 10b+a۔ دونوں اعداد کو جوڑنے پر وہ حاصل کرتا ہے۔

$$(100+b)+(10b+a) = 10a+b+10b+c$$
$$= 11a+11b$$
$$= 11(a+b)$$

یعنی حاصل جمع ہمیشہ 11 کا مقسوم (Multile) ہوتا ہے۔ دھیان دیں اگر ہم حاصل جمع کو 11 سے تقسیم دیں تو حاصل تقسیم (a+b) حاصل ہوتا ہے۔ یہاں حاصل تقسیم چُنے گئے عدد ab کے ہندسوں کے جوڑ کے برابر ہے۔ اس طرح دو ہندسوں والے دوسرے اعداد کو لے کر حقیقت کی جانچ کر سکتے ہو۔

رِچا اور شرون کھیل کو آگے بڑھاتے ہیں:

رِچا: شرون دو ہندسوں والا کوئی عدد لو لیکن مجھے نہیں بتانا۔

شرون: ٹھیک ہے۔

رِچا: اب ہندسوں کو پلٹ کر بڑے عدد میں سے چھوٹے عدد کو گھٹاؤ۔

شرون: گھٹا لیا اب کیا کریں۔

رِچا: اب جو گھٹا کر عدد بچا ہے اُس میں 9 سے تقسیم کر دو شاید باقی صفر حاصل ہوگا۔

شرون نے 62 سوچا تھا ہندسوں کو پلٹنے پر 26 حاصل ہوا۔ بڑے عدد میں سے گھٹانے پر 62-26=36 حاصل ہوا اور 9÷36 سے حاصل تقسیم 4 اور باقی صفر حاصل ہوا۔

کوشش کیجئے:

شرون اگر ذیل عدد سوچا ہوتا تو کیا نتیجہ حاصل ہوتا؟

(1) 27 (2) 23 (3) 52 (4) 36

ایسا کیسے ہو جاتا ہے شرون سوچنے لگا۔

مان لیا کہ وہ دو ہندسوں والا عدد ab=10a+b چُنتا ہے۔ ہندسوں کو پلٹنے پر ba=10b+a حاصل ہوتا ہے۔ رِچا اُسے بڑے عدد میں سے چھوٹا عدد گھٹانے کو کہتی ہے۔

اگر دہائی کا ہندسہ اکائی کے ہندسہ سے بڑا ہوتا وہ اس طرح گھٹاتا ہے۔ یعنی (a>b) تو

$$(10a+b)-(10b+a)$$
$$=10a+b-10b-a$$
$$=9a-9b$$
$$= 9(a-b)$$

اگر اکائی کا ہندسہ دہائی کے ہندسہ سے بڑا ہے یعنی (b>a) تب 9(b-a)

جب a=b تو وہ 0 (صفر) حاصل ہوتا ہے۔

ہر حالت میں نتیجہ 9 سے منقسم ہوگا۔ اور باقی صفر ہوگا۔ ہم اگر حاصل عدد کو 9 سے تقسیم دیتے ہیں تو ہمیں a>b یا a<b کے مطابق (a-b) یا (b-a) حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح کوئی بھی دوسرا دو ہندسوں والا عدد لے کر مندرجہ بالا حقائق کے جانچ کر سکتے ہیں۔

16.3 ہندسوں کو پلٹنا۔ تین ہندسوں کا عدد:

شرون: رِچا ایک تین ہندسوں والا کوئی عدد سوچو۔

رِچا: ٹھیک ہے سوچ لیا۔ (رِچا نے 345 چُنا)

شرون: اب اِن ہندسوں کو اُلٹی ترتیب میں لے کر ایک نیا عدد بناؤ اور بڑے عدد میں سے چھوٹا عدد گھٹاؤ۔

رِچا: ٹھیک ہے گھٹا لیا۔ اب کیا کریں۔ (543-345=198)

شرون: اب حاصل عدد میں 99 سے تقسیم دو۔ طئے ہے کہ باقی 0 (صفر) ہوگا۔

کوشش کیجئے:

جانچ کریں کہ اگر رِچا مندرجہ ذیل اعداد چُنی ہوتی تو نتیجہ کیا حاصل ہوتا؟

(i) 231 (ii) 694 (iii) 636 (iv) 801

آؤ دیکھیں کہ شرون کی یہ چالاکی کیسے کام کرتی ہے۔

مان لیجئے کہ رِچا نے تین ہندسوں کا عدد چُنا abc

$$abc=100a+10b+c$$

ہندسوں کو پلٹنے پر وہ عدد cba حاصل کرتی ہے۔

$$cba=100c+10b+a$$

اگر a>c ہے تو اعداد کا فرق ہوگا۔

$$= (100a+10b+c)-(100c+10b+a)$$
$$= 100a+\cancel{10}b+c-100c-\cancel{10}b-a$$
$$= 99a-99c$$
$$= 99(a-c)$$

اگر c>a تو اعداد کا فرق ہوگا 99(c-a)

اگر a=c تو فرق 0 (صفر) ہے۔ آپ دوسرے تین ہندسوں کے اعداد لیکر اس حقیقت کی جانچ کر سکتے ہیں۔

کسی بھی تین ہندسوں سے تین ہندسوں والے اعداد بنانا۔

رچا، تین ہندسوں والا کوئی ایک عدد من میں سوچو۔

سوچ لیا — 456

اب عدد کے انھیں ہندسوں کا استعمال کر کے دوسرا دو عدد تین ہندسوں والا بناؤ۔

بنالیا۔(564اور645)

اب اِن اعداد کو جوڑو اور حاصل عدد کو 37 سے تقسیم دو۔ طے ہے کہ باقی صفر ہوگا۔

تم ٹھیک کہتے ہو سچ مچ میں باقی صفر آیا۔

شرون کے کہنے کے مطابق رچا نے کیا۔

حاصل عدد 1665 کو 37 سے تقسیم دیا۔

$$\begin{array}{r} 456 \\ 645 \\ +\ 564 \\ \hline 1665 \end{array}$$

1665÷37=45

باقی صفر(0) حاصل ہوا۔

تین ہندسوں 4,5 اور 6 کا استعمال کر کے تین ہندسوں والے سبھی ممکن اعداد بنائیں اور ان کا حاصل جمع معلوم کر کے جانچ کیجئے کہ کیا یہ جوڑ 37 سے منقسم ہے۔ کیا یہ حقیقت عدد abc کے تینوں ہندسوں a,b اور c سے بنے سبھی اعداد کے جوڑ کے لئے سچ ہے۔

کوشش کیجئے:

شرون نے اگر درج ذیل اعداد چُنے ہوتے تو نتیجہ کیا حاصل ہوتا؟

(1) 418 (2) 234 (3) 137 (4) 872

کیا یہ چالاکی ہمیشہ کام کرتی ہے؟

abc= 100a+10b+c

cab= 100c+10a+b

bca= 100b+10c+a

abc+cab+bca= 111(a+b+c)

= 37x3(a+b+c)

جو 37 سے منقسم ہے۔

16.4 ہندسوں کے لئے حروف:

کچھ ایسی پہیلیاں ہیں ہندسوں کے مقام پر حروف ہوتے ہیں۔ اس پہیلی کے تحت مسئلہ یہ ہوتا ہے کہ کون سا حرف کس ہندسہ کو دکھاتا ہے۔ اس لئے یہ ایک طرح سے کوڈ (code) کو حل کرنے جیسا مسئلہ ہے۔ اِن پہیلیوں کے تحت جوڑ اور ضرب مسائل تک ہی ہم محدود رہیں گے۔ ایسی پہیلیوں کو حل کرتے وقت مندرجہ ذیل دو اصولوں کا استعمال کریں گے۔

۱. پہیلی میں ہر ایک حرف سے صرف ایک ہی ہندسہ ظاہر ہو اور ایک ہندسہ سے صرف ایک ہی حرف ظاہر کیا جائے۔

۲. کسی عدد کا پہلا ہندسہ صفر نہیں ہوسکتا۔

۳. ایک پہیلی کا ایک ہی جواب ہو۔

مندرجہ ذیل جوڑ میں P معلوم کیجئے۔

$$\begin{array}{r} 41p \\ +1p3 \\ \hline 601 \end{array}$$

یہاں صرف حرف p ہے جس کی ہمیں قیمت معلوم کرنی ہے۔ اِکائی کے کالم کا مطالعہ کیجئے 3+P سے ہمیں 1 حاصل ہوتا ہے۔ یعنی اِکائی کا ہندسہ 1 ہو۔ ایسا ہونے کے لئے p کی قیمت طے ہے کہ 8 ہونا چاہئے۔ p کی قیمت رکھ کر حل کرنے پر:

$$\begin{array}{r} 41\overset{p}{8} \\ +1\underset{p}{8}3 \\ \hline 601 \end{array}$$

یعنی P=8

مندرجہ ذیل جوڑ میں P اور Q کی قیمت معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} p \\ +p \\ +p \\ \hline QP \end{array}$$

اس دو حرف P اور Q کی قیمت معلوم کرنا ہے۔ دھیان دینے کی ضرورت ہے کہ تین P کا حاصل جمع ایسا عدد ہے جس کا اِکائی کا ہندسہ P ہے۔ اس لئے دو P کا حاصل جمع ایسا عدد ہونا چاہئے جس کا اکائی کا ہندسہ 0 (صفر) ہو۔ یہ تبھی ہوگا جب P=0 ہو یا P=5 ہو۔

اگر P = 0 ہو تو جوڑ 0 = 0 + 0 + 0 ہوگا جس میں Q = 0 ہوجائے گا۔ ہم اسے نہیں مانیں گے۔ کیونکہ P=Q ہوجائے گا اور QP کے دہائی کا ہندسہ بھی 0 (صفر) ہوجائے گا۔ اس لئے ہم اسے چھوڑ دیں گے۔ اس لئے P=5 ہے۔

پہلی کا حل:

```
  5
 +5
 +5
 15
```

یعنی P=5 اور Q=1 ہوگا۔

A اور B کو معلوم کریں۔

```
  B 3
x B A
 57 A
```

مندرجہ بالا پہیلی میں بھی دو حرف A اور B ہیں جن کی قیمت معلوم کرنی ہے۔

57A کا اکائی ہندسہ A ہے۔ اس لئے A=0 یا A=5 ہے۔

اب B کو دیکھتے ہیں اگر B=1 ہو تو BAxB3 کی قیمت زیادہ سے زیادہ 15x13=195 ہوگی۔ لیکن یہاں حاصل ضرب 57A ہے جو 500 سے زیادہ ہے۔ اس لئے B=1 نہیں ہوسکتا ہے۔

اگر B=3 ہو تو BAxB3 کا حاصل ضرب کم سے کم 30x33 ہوگا۔ یعنی یہ 900 سے زیادہ ہوگا لیکن 57A کی قیمت 600 سے کم ہے۔ اس لئے B=3 نہیں ہوگا۔ مندرجہ بالا قیمتوں سے پتہ چلتا ہے کہ B کی قیمت صرف 2 ہوسکتی ہے۔

```
  B 3        23
x B 5        25
            575
```

اس لئے A=3 اور B=2 ہے۔

سوالنامہ۔16.1

(1) (i)
```
 6.....
+ ...28
 .....2
```

(ii)
```
 7.....
+ 5 4
 .....0
```

(iii)
```
 3....8
+ 2 6...
 .....3
```

(iv)
```
 8
x ....
 0
```

(ii)
```
 9
x ...
 ...5
```

(2) A,B,C کی قیمت معلوم کریں۔

(i)
```
  A B
  x 6
  ---
  BBB
```

(ii)
```
  C 2
  + 2 B
  -----
  B 0
```

(iii)
```
  4 B A
  + 2 B 1
  -------
```

کھیلنے کی کوشش کریں:

مندرجہ ذیل اعداد کو 100a+10b+c کی شکل میں ظاہر کیجئے۔

1. (i) 876 (ii) 556 (iii) 89 (iv) 270 (v) 813

2. کوئی بھی تین ہندسہ لیں۔ اِن تین ہندسوں سے جتنے بھی اعداد بن سکتے ہیں۔ بنائیں پھر سبھی کو جوڑ کر (i) حاصل جمع معلوم کریں۔ (ii) بڑھتی اور گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھیں۔

نو گھر والے جادو کا گھر بھرنے کے لئے تجربہ:

تیسرا مرحلہ

A	B	C
H	I	D
G	F	E

دوسرا مرحلہ

H	E	B	C	I	G	F	A	D

پہلا مرحلہ

پہلے مرحلہ کے خانہ میں H کے نیچے کوئی ایک عدد لکھیں پھر اُس سے شروع کرتے ہوئے لگاتار D تک لکھیں۔ جیسے پہلے مرحلہ کے خانے میں H کے نیچے 3 لکھ کر D تک 11 لکھیں گے۔

اس طرح H=3,E=4,B=5,C=6,I=7,G=8,F=9,A=10,D=11 ہوا۔

اب H,E,B,C,I,G,A,D کی اس قیمت کو مرحلہ–2 کے خانوں کے مطابق مرحلہ–3 میں بھریں۔ تب A کی جگہ 10، B کی جگہ 5 وغیرہ وغیرہ۔ نو گھروں کو بھریں تب چاروں طرف کا حاصل جمع برابر ملے گا۔

مثال:

10	5	6	21
3	7	11	21
8	9	4	21
21	21	21	21 21

A	B	C
H	I	D
G	F	E

H	E	B	C	I	G	F	A	D
3	4	5	6	7	8	9	10	11

اب آپ خود دوسرے ہندسے لیکر حقیقت کی جانچ کریں۔

سلمیٰ اور مہیش آپس میں ہندسوں کا کھیل کھیلنا چاہتے ہیں۔

سلمیٰ: مہیش تم چار ہندسوں کا کوئی عدد لو۔

مہیش: لے لیا۔3128

سلمیٰ: میں اور کچھ ہندسے لینے کو کہوں گی اور جو حاصل جمع آئے گا وہ میں پہلے ہی تمہیں بتا دینا چاہتی ہوں۔

مہیش: ٹھیک ہے بتاؤ۔

سلمیٰ: مہیش 13127 لکھو۔

سلمیٰ: مہیش رنجن سے چار ہندسوں والا ایک عدد مانگ لو۔

مہیش: مانگ لیا۔2125

سلمیٰ: اب میں تمہیں چار ہندسوں والا عدد دیتی ہوں۔7874

مہیش: اب تم تینوں کو جوڑو۔

$$\begin{array}{r} 3128 \\ 2125 \\ +\ 7874 \\ \hline 13127 \end{array}$$

سلمیٰ کی چالاکی کیا تھی؟ سلمیٰ کا دیا ہوا عدد اور رنجن سے لئے گئے عدد کے اکائی + دہائی + سینکڑہ + ہزار کے ہندسوں کا حاصل جمع 9 ہونا چاہئے۔ ہندسوں کا حاصل جمع 9 ہوتا ہے۔

سلمیٰ کے ذریعہ حاصل جمع پہلے کیسے بتا دیا گیا؟ مہیش کے ذریعہ لیا گیا عدد 3128 ہے سلمیٰ نے اکائی ہندسہ 8 میں سے 1 گھٹا دیا اور سبھی ہندسوں کو جیوں کا تیوں لکھ دیا۔ ساتھ ہی 1 جو گھٹایا تھا اُسے بائیں طرف آخر میں لکھا۔ یعنی دس ہزار کے مقام پر 1 اس طرح نیا عدد 13127 بنا جو حاصل جمع ہونے والا تھا۔ اگر اکائی، دہائی، سینکڑہ کا ہندسہ صفر ہو تو بغل سے اُدھار لے کر گھٹا لیں اور بغل والا ہندسہ جو باقی بچتا ہے اُسے لکھ دیں۔

اس طرح اپنے ساتھیوں کے ساتھ ملکر حاصل جمع کا کھیل کھیلو۔

سوالنامہ

1. قدرتی اعداد کا سب سے چھوٹے عدد اور مکمل اعداد کے سب سے چھوٹے عدد کا فرق لکھیں۔

2. 14-اور13-دونوں میں بڑا عدد کون ہے؟

3. 45-45=45 کیسے ہوگا؟

4. $(9)^2=90-9=81$

$(99)^2=9900-99=9801$

$(9999)^2=$.....

$(99999)^2=$.....

5. $\frac{1}{10}$ کا آدھا کتنا ہوگا؟