

13.1 تمہید

آپ جانتے ہیں کہ بند مسطح بناوٹ (Plane Closed figure) کے گھیرے کی لمبائی اس کا احاطہ کہلاتا ہے اور بناوٹ کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ اس کا رقبہ کہلاتا ہے۔ ہم مثلث، مستطیل اور دائرہ وغیرہ جیسے مسطح بناوٹوں کے احاطے اور رقبے معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔

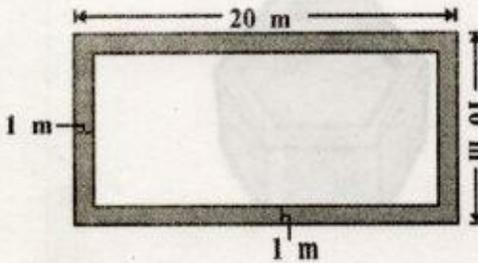
اس باب میں ہم مختلف قسم کے ذوربعۃ اضلاع (Quadrilaterals) کے رقبوں اور احاطوں سے متعلق سوالات حل کریں گے۔ ساتھ ہی مکعب، مکعب نما اور پیلن جیسے ٹھوس کے سطحی رقبے اور حجم کے بارے میں بھی جانکاری حاصل کریں گے۔ آئیے اس مسئلے کو حل کریں۔

ایک گھر کے آگے بنے مستطیل نما باغیچے کی لمبائی 20 میٹر اور چوڑائی 10 میٹر ہے۔

1- اس باغیچے کو چاروں طرف تار سے گھیرنا ہے۔ تار کی لمبائی کیا ہوگی؟ ظاہر ہے کہ تار کی لمبائی معلوم کرنے کے لئے ہمیں اس باغیچے کا احاطہ نکالنے کی ضرورت ہوگی جو 60 میٹر ہے۔ (جانچ کر کے پتا لگائیے)

2- باغیچے کتنی زمین میں پھیلا ہے؟ اسکی جانکاری حاصل کرنے کے لئے ہمیں اس کا رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے جو 200m^2 ہوگا (کیسے؟)

3- اس باغیچے کے اندر چاروں طرف سے 1 میٹر کیاریوں کیلئے جگہ ہے تو بتائیے کیاریوں نے باغیچے کا کتنا رقبہ گھیرا ہوا ہے؟



آپ سامنے کے بنے گرافک تصویر میں دیکھ رہے ہیں کہ دو مستطیل بنے ہیں۔ اسلئے کیاریوں کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے باہری مستطیل کے رقبہ میں سے اندرونی مستطیل

کے رقبہ کو گھٹانا ہوگا۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اندرونی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی کتنی ہوگی۔ یہاں اندرونی مستطیل کی

$$18m = (20m - 2m) = (10m - 2 \times 1m)$$

اندرونی مستطیل کی چوڑائی $8m = (10m - 2m)$ (سوچئے کیوں؟) اسلئے

اندرونی مستطیل کا رقبہ۔ باہری مستطیل کا رقبہ = کیا ریوں کا رقبہ

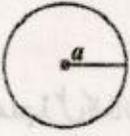
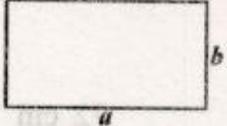
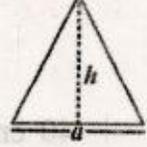
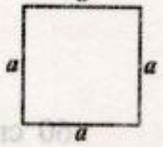
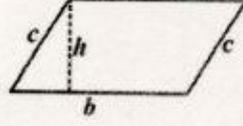
$$= (20m \times 10m) - (18m \times 8m)$$

$$= 200m^2 - 144m^2 = 56m^2$$

اسلئے کیا ریاں $56m^2$ میں لگی ہیں۔

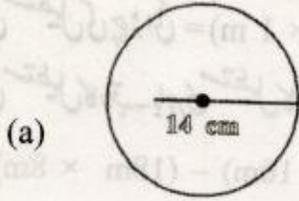
قبل آپ ان جو میٹرکل اشکال کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ اس بنیاد پر مختلف اشکال کو ان کے متعلق رقبوں سے

ملائیے۔

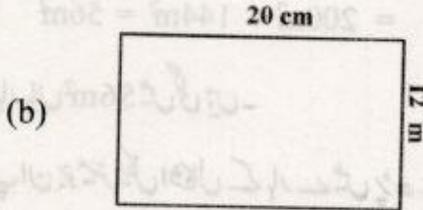
| بند سطح اشکال | اشکال کے نام | رقبہ |
|---|----------------|--|
|  | دائرہ | مربع اکائی $\frac{1}{2} \times a \times h$ |
|  | مستطیل | مربع اکائی $a \times a$ |
|  | مثلث | مربع اکائی $a \times b$ |
|  | مربع | مربع اکائی $b \times h$ |
|  | متوازی الاضلاع | مربع اکائی πa^2 |

خود کر کے دیکھئے

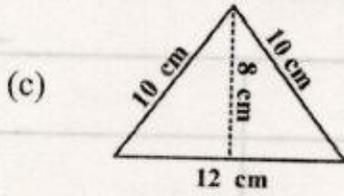
1- درج ذیل اقلیدسی یا جو میٹرک شکل اشکال کو ان کے رقبوں سے ملائیے



(i) 48 cm

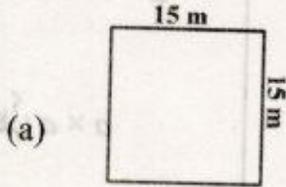


(ii) 616 cm

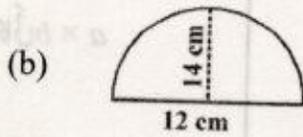


(iii) 240 cm

2- مندرجہ ذیل کاملان انکے احاطوں (Perimeters) سے کیجئے



(i) 72 cm



(ii) 40 cm

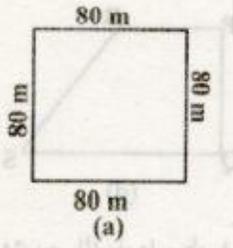


(iii) 60 cm

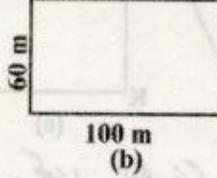
نوٹ:-

- 1- احاطہ/گھیرا/محیط کا مطلب ہوتا ہے گھیرے کی کل لمبائی
2- رقبہ (Area) کو A سے دکھایا یا ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوالنامہ 13.1

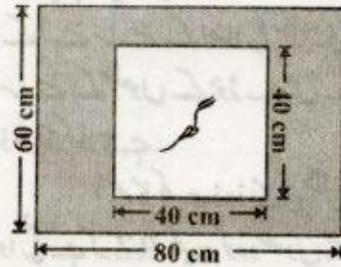


(a)



(b)

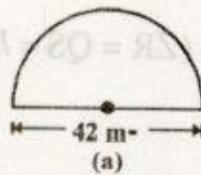
- 1- بغل کی تصویریں ایک مستطیل اور ایک مربع نما کھیل کے میدان کا ناپ دیا ہوا ہے اگر ان کے احاطے برابر ہیں تو کس میدان کا رقبہ زیادہ ہوگا۔



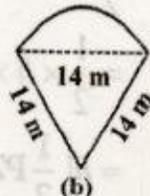
- 2- بھلا کے پاس ایک مستطیل نما پلاٹ ہے (جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے) وہ پلاٹ کے بیچ میں ایک مربع نما گھر بنانا چاہتی ہے۔ گھر کے چاروں طرف پھلواڑی لگوانی ہے۔ اسے پھلواڑی لگانے میں 40 روپیہ فی مربع میٹر کی در سے کتنے روپے خرچ کرنے ہونگے۔

- 3- امریش اپنے گھر کے آگن میں اینٹ بچھوانا چاہتا ہے۔ اگر آگن کی لمبائی 20 میٹر اور چوڑائی 15 میٹر اور ایک اینٹ کی لمبائی و چوڑائی بالترتیب 80 cm اور 25 cm ہو تو اس آگن میں کتنی اینٹیں لگیں گی؟ (سچی تصویر بنا کر حل کریں)

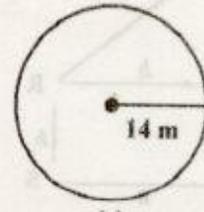
- 4- ایک مثلث نما کھیت کا رقبہ 600 مربع میٹر اور اونچائی 60 میٹر ہو تو اس کھیت کا قاعدہ (Base) معلوم کریں۔
5- ایک دوڑ کا مقابلہ کرنے والے کو کم سے کم دوری طے کرنے کے لئے ذیل میں سے کس بناوٹ پر چکر لگانا چاہئے؟ آپ جانتے ہیں کہ پورے دائرہ کے محیط کا فارمولہ $C = 2\pi r$ ہے جہاں r دائرہ کا نصف قطر ہے۔



(a)



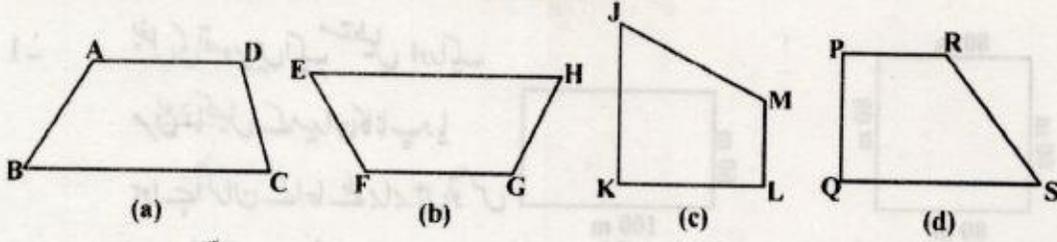
(b)



(c)

یاد کیجئے ایسے ذوربعۃ الاضلاع جنکے آمنے سامنے کے اضلاع کے دونوں جوڑے آپس میں متوازی ہوں کیا کہلاتے ہیں

13.2 ذوربقہ (Trapezium) کارقبہ



مندرجہ بالا چاروں بناوٹ کو غور سے دیکھئے اور پتا لگائیے کہ چاروں میں کیا یکسانیت ہے۔ کیا سبھی ذوربعۃ الاضلاع کے آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہیں؟ آپ نے ٹھیک پتہ لگایا اور دیئے گئے سبھی ذوربعۃ الاضلاع میں اپنے سامنے کے ضلعوں کے جوڑے میں سے ایک جوڑا متوازی ہے اور ایک جوڑا غیر متوازی ہے۔ ایسا ذوربعۃ الاضلاع ذوربقہ کہلاتا ہے۔

اسلم کا کھیت ذوربقہ کی شکل کا ہے جس میں $RZ \parallel PQ \parallel RS$ کھیت کو کتنے حصوں میں بانٹ رہا ہے؟ واضح ہے کہ RZ کھیت کو دو حصوں میں بانٹ رہا ہے ایک $RZQS$ مستطیل نما ہے اور دوسرا حصہ RZP مثلث نما ہے۔ اگر $PQ = 18m$ اور $RS = 8m$ اور $QS = 12m$ ہے تو

$$\Delta PZR \text{ کارقبہ} = \frac{1}{2} \times h \times pz = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60m^2$$

$$\text{مستطیل } RZQS \text{ کارقبہ} = h \times ZQ = 12 \times 8 = 96m^2$$

اسلم کے کھیت کا کل رقبہ کتنا ہوا

$$\text{مستطیل } RZQS \text{ کارقبہ} + \Delta PZR \text{ کارقبہ} = \text{اسلم کے کھیت کا کل رقبہ}$$

$$= 60 \text{ مربع میٹر} + 96 \text{ مربع میٹر}$$

$$= 156 \text{ مربع میٹر}$$

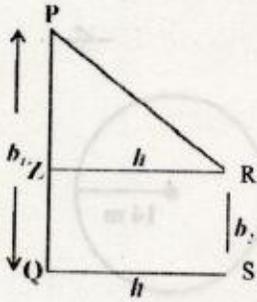
اس طرح ذوربقہ PQSR کارقبہ

$$= \text{مستطیل } ZQSR \text{ کارقبہ} + \Delta PZR \text{ کارقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} ZR \times PZ + QS \times QZ$$

$$= \frac{1}{2} \times h \times pz + h \times QZ \quad (ZR = QS = h)$$

$$= h \left(\frac{1}{2} PZ + QZ \right)$$



$$= h \frac{(PZ + 2QZ)}{2}$$

$$= h \frac{(PZ + QZ + QZ)}{2}$$

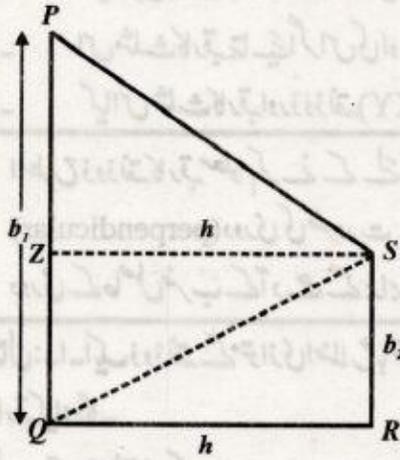
$$= h \left(\frac{b_1 + b_2}{2} \right) \text{ یا } \frac{1}{2} \times h \times (b_1 + b_2) \quad (PZ + QZ = b_1)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{اونچائی} \times \text{متوازی اضلاع کا حاصل جمع}$$

کیا اس فارمولے میں قیمت رکھنے پر بھی
اسلم کے کھیت کا رقبہ 156 مربع میٹر ہی
آئے گا؟ قیمت رکھ کر دیکھئے۔

ایک اور طریقہ دیکھئے

ذو ذائقہ PQSR کا رقبہ



$$= \text{رقبہ PQR} + \text{رقبہ SRQ}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{اونچائی} \quad [\text{مثلث کا رقبہ}]$$

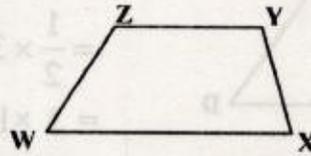
$$= \frac{1}{2} \times b_1 \times h + \frac{1}{2} \times h \times b_2$$

$$= \frac{1}{2} h (b_1 + b_2)$$

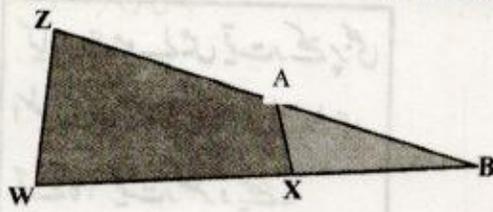
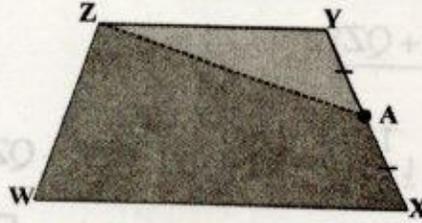
$$\text{متوازی اضلاع کا جوڑ} \times \text{اونچائی} \times \frac{1}{2} \text{ یعنی}$$

عملی تجربہ:-

ایک ذو ذائقہ لیجئے اور اسے نام دیجئے۔



2- ضلع xy کو موڑ کر اس کا وسطی نقطہ معلوم کیجئے اور اسے A نام دیجئے۔



3- قینچی سے Z کو A سے ملاتے ہوئے

کاٹے اور AY کو AX کے ساتھ رکھئے۔

4- اس طرح بڑے مثلث کے قاعدہ کی لمبائی کیا ہے؟

5- اس مثلث کا رقبہ بتائیے اگر اس کی اونچائی h اکائی ہے۔

6- کیا اس مثلث کا رقبہ اور ذوزنقہ $(WZXY)$ کا رقبہ برابر ہے۔

اس طرح ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے ہمیں متوازی اضلاع کی لمبائی اور ان دو اضلاع کے بیچ کی عمودی (perpendicular) دوری کی ضرورت ہے۔ متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا جوڑ اور ان کے بیچ کی عمودی دوری کے حاصل ضرب کے آدھے کے برابر رقبہ ہوتا ہے۔

مثال:- 1- ایک ذوزنقہ کے متوازی اضلاع بالترتیب 12 میٹر اور 8 میٹر ہیں اور ان کے بیچ کی دوری 3 میٹر ہے تو ذوزنقہ کا رقبہ کیا ہوگا۔

حل:- ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{ذوزنقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times h(b_1 + b_2)$$

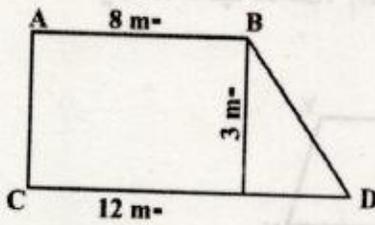
ہے $b_1 = 12\text{m}, b_2 = 8\text{m}, h = 3\text{m}$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3\text{m}(12\text{m} + 8\text{m})$$

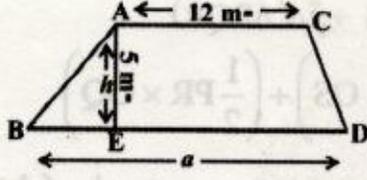
$$= \frac{1}{2} \times 3\text{m} \times 20\text{m}$$

$$= 3 \times 10\text{m}^2$$

$$= 30\text{m}^2$$



مثال-2 ایک ذوزنقہ کا رقبہ 105 مربع میٹر اور متوازی اضلاع میں سے ایک کی لمبائی 12 میٹر ہے اور اونچائی 5 میٹر ہے تو دوسرے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟



حل:- دیا ہوا ہے

$$A = 105 \text{ مربع میٹر}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

ایک متوازی ضلع کی لمبائی AC = 12 میٹر

دوسرے ضلع کو ہم 'a' مان لیتے ہیں

اس لئے

$$\text{ذوزنقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2}h(a+b)$$

$$\text{یا } 105 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \times 5 \text{ m}(a+12 \text{ m})$$

$$\text{یا } 105 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \times (5 \text{ am} + 60 \text{ m}^2)$$

$$\text{یا } 105 \text{ m}^2 \times 2 = 5 \text{ am} + 60 \text{ m}^2$$

$$\text{یا } 210 \text{ m}^2 - 60 \text{ m}^2 = 5 \text{ am}$$

$$\text{یا } 150 \text{ m}^2 = 5 \text{ am}$$

$$\frac{150 \text{ m}^2}{2 \text{ am}} = a$$

اس لئے دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی 30 میٹر ہے۔

13.3 شکل معین (Rhombus) کا رقبہ

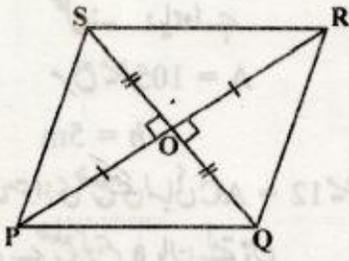
ابھی تک آپ نے دیکھا کہ الگ الگ ذوزنقہ اضلاع کا رقبہ نکالنے کے لئے ہم نے قبل سے معلوم اشکال

کے رقبوں کو کام میں لیا۔ جیسے مثلث، مربع، مستطیل پھر ان سے معلوم متوازی الاضلاع اور ذوزنقہ۔

شکل PQRS ایک شکل معین ہے۔ اس لئے اسکے وتر (Diagonals) ایک دوسرے کے عمودی ناصف

(Perpendicular bisector) ہیں۔

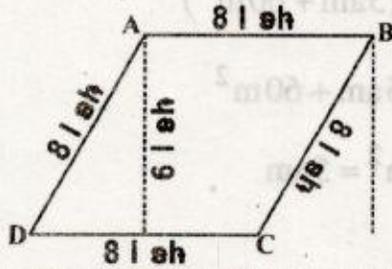
شکل معین PQRS کا رقبہ



$$\begin{aligned}
 &= (\text{رقبہ } \Delta PRS + \text{رقبہ } \Delta PQR) \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times PR \times OS \right) + \left(\frac{1}{2} PR \times OQ \right) \\
 &= \frac{1}{2} PR \times (OS + OQ) \quad (\text{مشترک لینے پر}) \\
 &= \frac{1}{2} PR \times SQ \quad (OS + OQ = SQ) \\
 &= \frac{1}{2} (d_1 \times d_2)
 \end{aligned}$$

($d = \text{diagonal}$ وتر) $SQ = d_2$ اور $PR = d_1$ جہاں

مثال-3 کسی شکل معین کا ایک ضلع 8 سنٹی میٹر اور عمود 6 سنٹی میٹر ہو تو شکل معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔



حل: ہم جانتے ہیں کہ

عمود \times قاعدہ = شکل معین کا رقبہ

$$A = b \times h$$

$$A = 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$$

$$= 48 \text{ cm}^2$$

جب شکل معین کے وتروں کی ناپ نہ دی ہوگی ہو اور قاعدہ اونچائی معلوم ہو تو ہم متوازی الاضلاع کے

فارمولے کے مطابق ذوربعہ الاضلاع کا رقبہ نکال لیتے ہیں۔

سوچئے ذیل کے بیانات میں سے کون سا صحیح ہے۔ وجہ کے ساتھ بتائیے۔

(i) ہر ایک شکل معین ایک متوازی الاضلاع ہوتا ہے

(ii) ہر ایک متوازی الاضلاع ایک شکل معین ہوتا ہے

مثال-4 ایک شکل معین کے وتر بالترتیب 20 سنٹی میٹر اور 24 سنٹی میٹر ہوں تو اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل: ہمیں معلوم ہے کہ شکل معین کا رقبہ = وتروں کا حاصل ضرب $\times \frac{1}{2}$

$$\text{یعنی } A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$A = \frac{1}{2} \times 20\text{cm} \times 24\text{cm}$$

$$= 240 \text{ cm}^2$$

خود کر کے دیکھئے

| شکل معین | ضلع کی لمبائی | راس عمود | d_1 | d_2 | رقبہ | احاطہ |
|----------|---------------|----------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | — | — | 18 cm | 12 cm | | |
| 2 | 12 cm | 9 cm | — | — | | |



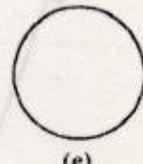
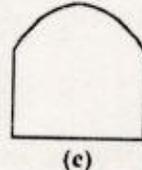
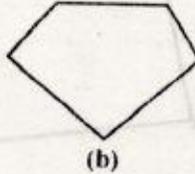
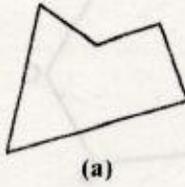
13.4 کثیر الاضلاع (Polygon)

سوچئے کیا آپ دو قطعہ خطوط کی مدد سے کوئی بند شکل بنا سکتے ہیں؟
اسکے لئے کم سے کم تین قطعہ خطوط کی مدد سے ہی بند شکل بنائی جاسکتی ہے۔
(یہاں ہم خط منحنی Curve line سے گھری بند شکل کی بات نہیں کر رہے ہیں)

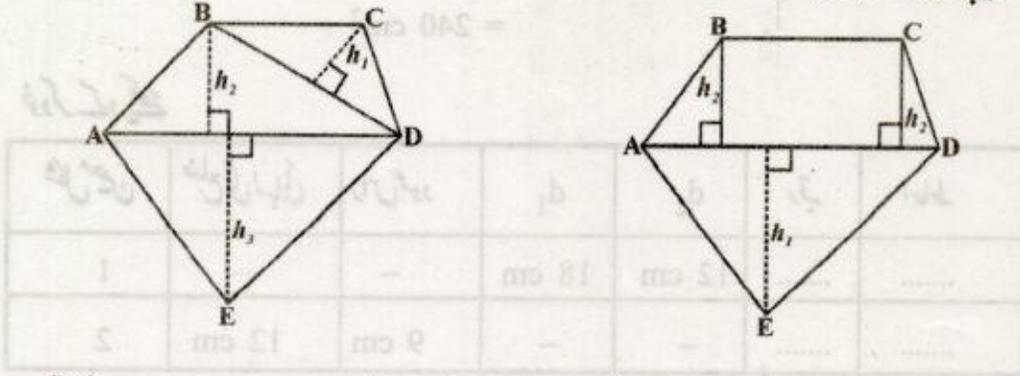
اس طرح چار پانچ خطوط کے ذریعہ بالترتیب آپ ذورلعتہ ضلاع (quadrilateral) ثمستہ الاضلاع (Pentagon) جیسی بند شکل بنا سکتے ہیں۔ کوئی بند شکل جو خطوط مستقیم (Straight lines) کے ذریعہ بنی ہو کثیر الاضلاع (Polygon) کہلاتی ہے۔

خود کر کے دیکھئے۔

نیچے دی گئی شکلوں میں کثیر الاضلاع کوا لگ کیجئے۔



جس طرح ہم نے ذورعبہ الاضلاع کو مثلثوں میں بانٹ کر رقبہ معلوم کیا۔ اسی طرح ہم الگ الگ کثیر الاضلاع کا رقبہ ذورعبہ الاضلاع اور مثلثوں کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔ نیچے دی گئی تصویروں سے سمجھئے۔

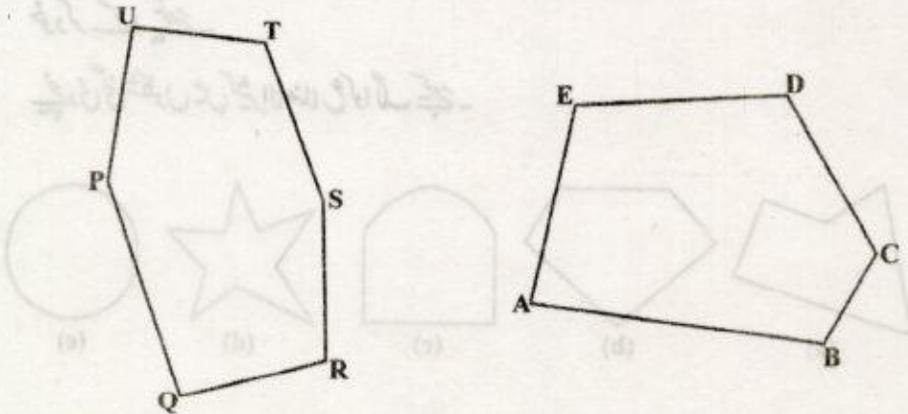


اشفاق نے خمستہ الاضلاع ABCDE کو تین مثلثوں اور ایک مستطیل میں بانٹ کر اس کا رقبہ معلوم کیا۔ اشفاق کے لئے علامتی شکل میں خمستہ الاضلاع کے رقبہ کے لئے مساوات (equation) لکھئے۔

نیہا نے خمستہ الاضلاع ABCDE کو تین مثلثوں میں بانٹ کر اس کا رقبہ معلوم کیا اس طرح $\Delta ADE + \Delta ADB + \Delta BDC$ رقبہ $ADB + \Delta BDC$ رقبہ کثیر الاضلاع =

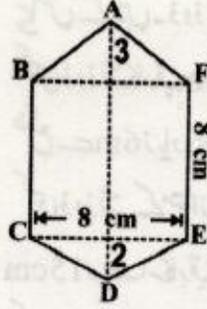
خود کر کے دیکھئے۔

1۔ مندرجہ ذیل کثیر الاضلاعوں کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے انہیں مثلثوں اور ذورعبہ الاضلاعوں میں بانٹئے اور ساتھ ہی کثیر الاضلاع کے رقبہ کے لئے مساوات لکھئے۔



2- نیچے کی بناوٹوں میں دی گئی معلومات کی بنیاد پر کثیر الاضلاعوں کا رقبہ نکالئے۔

(A)

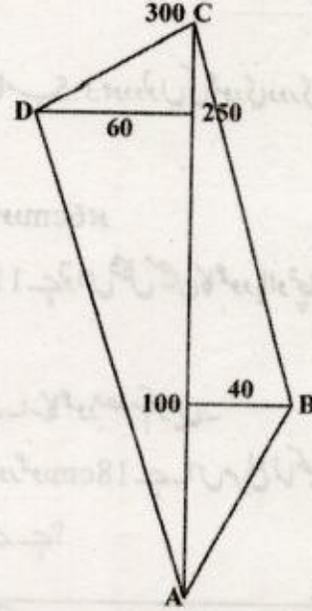


کثیر الاضلاع ABCDEF کا رقبہ

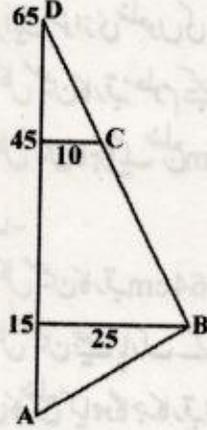
$$ABF \text{ کا رقبہ} + BCEF \text{ کا رقبہ} + CED \text{ کا رقبہ} =$$

$$\dots + \dots + \dots =$$

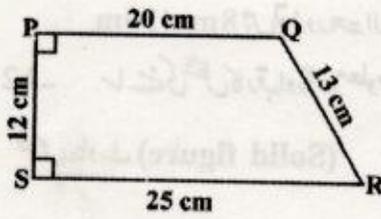
(C)



(B)



سوالنامہ 13.2



1- ایک ذوزنقہ PQRS کے P اور S

زاویہ قائمہ ہیں۔ اس کے اضلاع کی پیمائش

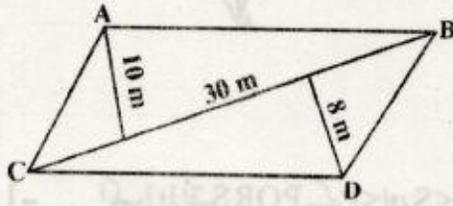
تصویر میں دکھائی گئی ہے۔ ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2- ایک ذوزنقہ ABCD میں AB اور CD متوازی

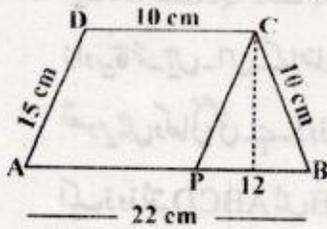
ہیں۔ $DC=44\text{cm}$ ، $BC=15\text{cm}$ ، $AB=30\text{cm}$

اور $AD=13\text{cm}$ تو ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

- 3- کسی ذوزنقہ کے متوازی اضلاع 52cm اور 27cm ہیں اور دوسرے دو اضلاع 25cm اور 30cm کی پیمائش کے ہیں۔ ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 4- کسی ذوزنقہ کا رقبہ 200m ہے اور اسکی اونچائی 8m ہے۔ اگر متوازی ضلعوں میں سے ایک ضلع دوسرے ضلع سے 6m زیادہ ہو تو متوازی ضلعوں کی لمبائی معلوم کیجئے۔
- 5- کسی ذوزنقہ کے متوازی اضلاع بالترتیب 24cm اور 20cm ہیں اور دونوں اضلاع کے بیچ کی دوری 15cm ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 6- کسی ذوزنقہ کا رقبہ 384cm^2 ہے۔ اگر متوازی ضلعوں کا تناسب 3:5 ہو دونوں کی عمودی دوری 12cm ہو تو ہر ایک متوازی ضلعوں کی ناپ نکالئے۔
- 7- ایسے شکل معین کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا ہر ایک ضلع 10cm اور عمود 6cm ہو۔
- 8- ایک شکل معین کا ہر ایک ضلع 8cm ہے اور اس کا رقبہ 11.2cm^2 ہے تو اس شکل معین کا عمود یا اونچائی معلوم کریں۔
- 9- کسی شکل معین کا رقبہ 64cm ہے اور اس کا احاطہ 64cm ہے۔ اس کا عمود معلوم کریں۔
- 10- ایک شکل معین جیسے پارک کے ہر ایک ضلع کی لمبائی 72cm اور عمود 18cm ہے۔ اس مربع نما کھیل کے میدان کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ اس شکل معین کے رقبہ کے برابر ہے؟



- 11- کسی ذوزنقہ الاضلاع کا ایک وتر 30 میٹر اور سامنے کے راسوں (Vertices) سے ڈالے گئے عمود 10m اور 8m ہیں تو ذوزنقہ الاضلاع کا رقبہ نکالئے۔



- 12- سامنے کی شکل کا رقبہ اور عمود معلوم کیجئے۔

ٹھوس بناوٹ (Solid figure)

آپ دوستی اور سہ سستی بناؤں کے بارے میں تھوڑا جانتے ہیں۔ آئیے ہم امر اور اکبر کی مدد کریں۔

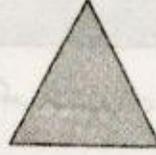
امر اور اکبر کے پاس کچھ دو سمتی بناوٹیں کئی ہوئی رکھی ہیں۔ ان کی مدد سے انہیں کچھ سے سمتی بناوٹیں بنانی ہیں۔



(a)



(b)

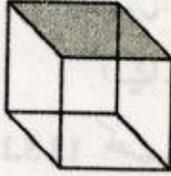


(c)

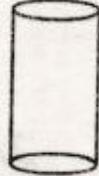


(d)

دو سمتی (Two dimensional) بناوٹیں



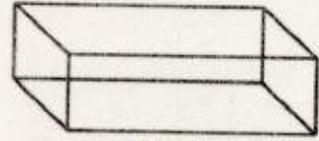
(i)



(ii)



(iii)



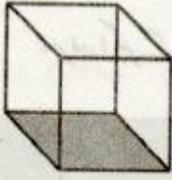
(iv)

سہ سمتی (Three dimensional) بناوٹیں

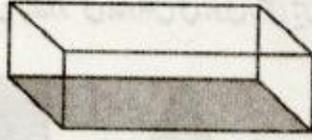
1۔ شکل (i) کو بنانے کے لئے آپ کس دو سمتی بناوٹ کو استعمال کریں گے؟ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ایسی کتنی بناوٹوں کی مدد سے (i) کو بنایا جاسکتا ہے؟ اسی طرح (ii) (iii) اور (iv) کیلئے بتائیے۔

| لگے جانے والی دو سمتی بناوٹیں | الگ الگ بناوٹوں کی تعداد | |
|-------------------------------|--------------------------|------------------|
| | | شکل (ii) کے لئے |
| | | شکل (iii) کے لئے |
| | | شکل (iv) کے لئے |

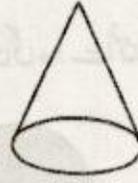
اس طرح آپ نے کچھ سے سمتی بناوٹوں کو دو سمتی بناوٹوں کی مدد سے بنایا۔ آپ نے اوپر دی گئی بناوٹوں کو بناتے وقت دیکھا ہوگا کہ کچھ بناوٹوں میں دو یا دو سے زیادہ متماثل (congruent) سطح ہیں۔ انکے نام دیجئے۔ ایسا کون سا ٹھوس ہے جسکی سبھی سطحیں متماثل ہیں۔



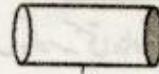
مکعب cube



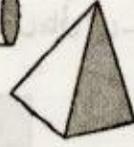
مکعب نما cuboid



مخروط cone

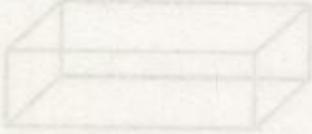


cylinder



پیرامڈ pyramid

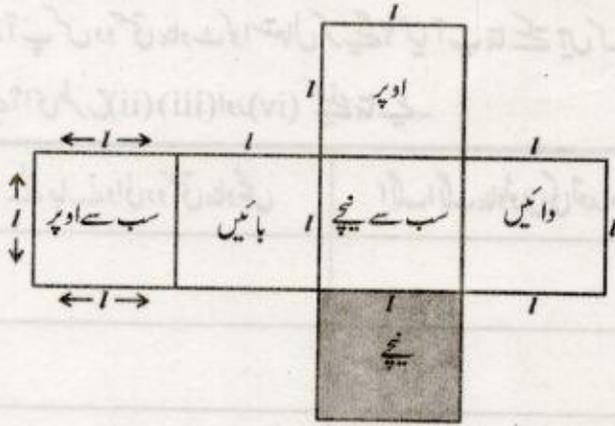
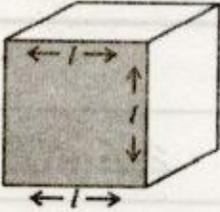
ہاں آپ نے ٹھیک سوچا مکعب کے سبھی سطح مربع نما اور برابر ہوتے ہیں۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ متماثل سطح رقبہ میں برابر ہوتے ہیں۔ تب کیا ہم مکعب کے ایک سطح یعنی مربع کا رقبہ معلوم ہونے پر مکعب کے پورے سطحوں کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟



آئیے اسے سمجھیں

13.5.1 مکعب کے کل سطح کا رقبہ

دیکھ ایک مکعب کی شکل کے ڈبے کو رنگ کر رہا ہے تو اسے مکعب کی سبھی سطحوں کو رنگنا ہوگا۔ آئیے یہ جانیں کہ اسے کل کتنے رقبہ میں رنگ کرنا ہوگا؟ ڈبے کو کھولنے پر وہ جال کی شکل میں ذیل کی شکل میں دکھائی دے گا۔



ہر ایک سطح کا رقبہ لکھئے۔

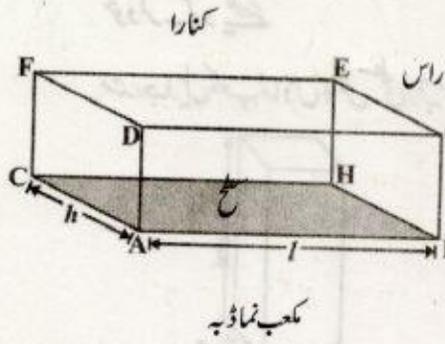
کیا سبھی سطحوں کا رقبہ برابر ہے؟

$$\text{چونکہ ایک سطح کا رقبہ} = 1 \text{ اکائی} \times 1 \text{ اکائی} = 1^2 = \text{مربع اکائی}$$

$$\text{اس لئے چھ سطحوں کا رقبہ} = \text{مربع اکائی} \times 6 = 6 \times 1^2$$

$$= 6^2 \text{ یا } 6 \times (\text{ضلع})^2$$

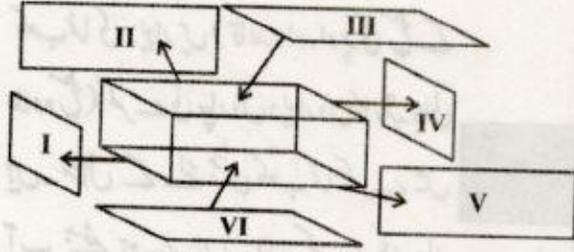
13.5.2 مکعب نما (Cuboid) کے کل سطح کا رقبہ



مکعب نما بناوٹ کو ٹوتھ پیسٹ، صابن کے ڈبے یا اینٹ سے آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے۔

مان لیجئے آپ ایک مکعب نما ڈبہ لیکر اسے کھول کر برابر

سطح پر پھیلا دیتے ہیں۔



مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ

مان لیجئے کہ مکعب نما کی

لمبائی = l کاٹی ہے

چوڑائی = b کاٹی

اونچائی = h کاٹی۔

سبھی چھ سطحیں مستطیل نما ہیں اور آرنے آرنے کے سطح متماثل ہیں۔ اسلئے مکعب نما میں متماثل سطحوں کے تین جوڑے ہوتے ہیں۔



اس طرح

مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ = مستطیل I کا رقبہ + مستطیل II کا رقبہ + مستطیل III کا رقبہ + مستطیل IV کا رقبہ + مستطیل V کا رقبہ + مستطیل VI کا رقبہ

$$= hb + lh + bl + hb + lh + bl$$

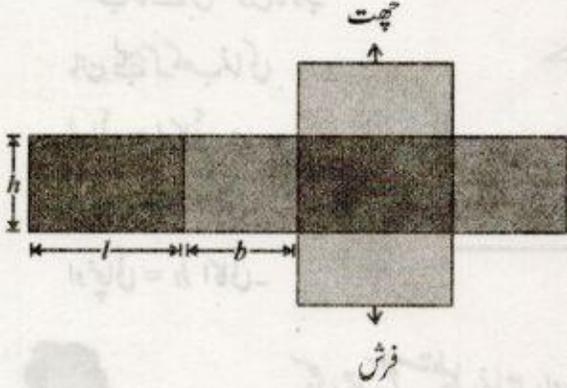
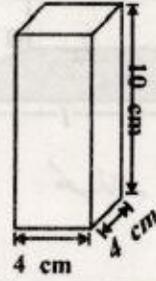
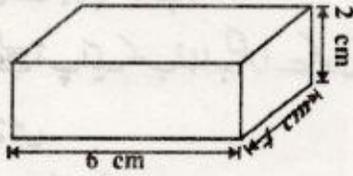
$$= 2hb + 2lh + 2bl$$

$$= (hb + lh + bl) \times 2$$

یعنی مکعب نما کا کل سطحی رقبہ = (لمبائی \times اونچائی + چوڑائی \times اونچائی + لمبائی \times چوڑائی) $\times 2$

خود کر کے دیکھئے

مندرجہ ذیل مکعب نماؤں کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجئے



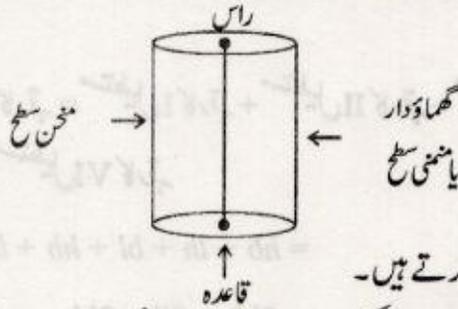
مکعب نما کی دیواریں (قاعدہ اور اوپر کی سطح کے علاوہ سطح) کمرے کی چاروں دیواروں کا رقبہ بناتی ہیں۔ مثال کے لئے جس مکعب نما کمرے میں آپ بیٹھے ہوئے ہیں۔ اس کمرے کی چار دیواروں کا کل رقبہ $2(h \times l + b \times h)$ یعنی $2h(l + b)$ سے حاصل کیا جاتا ہے۔

13.5.3 بیلن (Cylinder)

آپ نے گھر میں ٹن کا یا اسٹیل کا بیلن کی شکل کا ڈبہ ضرور دیکھا ہوگا۔ آئیے ایسی شکلوں کا سطحی رقبہ معلوم

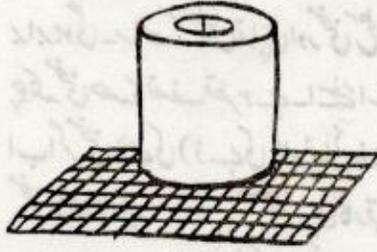
کریں۔

بیلن میں ایک منحنی سطح اور دو دائرہ نما متماثل سطحیں ہیں

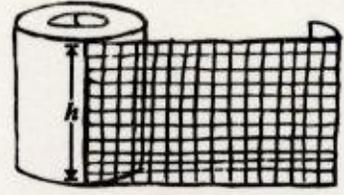


آئیے کچھ اور جانکاری حاصل کرتے ہیں۔

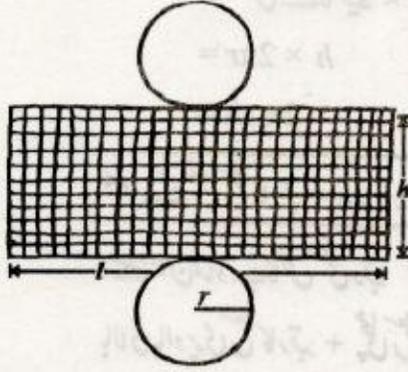
ایک بیلن نما ڈبے کے خلی سطح کو کاغذ پر رکھ کر اسکے چاروں طرف پنسل سے نشان لگا کر اس حصے کو کاٹ لیتے ہیں۔ پھر ایک دوسرا کاغذ لیتے ہیں جسکی چوڑائی بیلن نما ڈبے کی اونچائی کے برابر ہو۔ اس کاغذ کو ڈبے کے چاروں طرف لپیٹ دیتے ہیں جو بیلن نما شکل میں تبدیل ہو جاتا ہے۔



(i)



(ii)



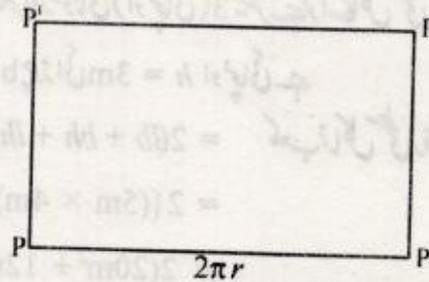
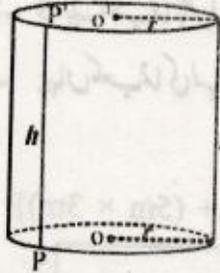
(iii)

کیا مستطیل نما حصہ کی لمبائی دائرہ نما
حصہ کے محیط کے برابر ہے۔

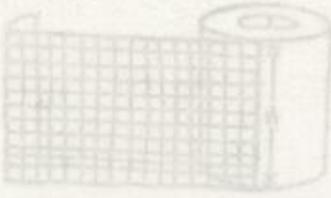


(iv)

اس کاغذ کو کھولنے پر یہ مستطیل نما بن جاتا ہے۔
بیلن نما ڈبے میں کل تین سطح ہیں جن میں دو سطح دائرہ نما (چمچی واو پری) اور تیسری سطح گھماؤ دار حصہ ہے۔ چمچی اور اوپری
دونوں دائرہ نما سطحوں کا رقبہ برابر ہوگا۔ اگر دائرہ نما سطحوں کا نصف قطر r ہو تو ہر ایک دائرہ نما سطح کا رقبہ $= \pi r^2$ ہوگا۔
اب سوال اٹھتا ہے کہ تیسری سطح یعنی گھماؤ دار حصے کا رقبہ کیسے حاصل کیا جائے؟ چرچا کیجئے۔



حاصل مستطیل نما پٹی کی لمبائی گھماؤ دار حصے کے محیط کے برابر ہوگی اور چوڑائی گھماؤ دار یا منحنی سطح کے اونچائی



برابر ہوگی۔ ساتھ مستطیل نما پٹی اور منحنی سطح کا رقبہ بھی برابر ہوگا۔

چونکہ منحنی حصہ کا نصف قطر r ہے۔ اسلئے اس کا محیط $2\pi r =$

اب اگر منحنی حصے کی (ڈبے کی) اونچائی h ہو تو

منحنی حصے کا رقبہ = مستطیل پٹی کا رقبہ

$$= \text{پٹی کی لمبائی} \times \text{چوڑائی}$$

$$= \text{منحنی حصے کا محیط} \times \text{اونچائی}$$

$$h \times 2\pi r =$$

$$2\pi rh =$$

بیلن کے منحنی سطح کا رقبہ = $2\pi rh$

اسلئے بیلن نما ڈبے کا کل سطحی رقبہ

بالائی یا اوپری سطح کا رقبہ + مچلی سطح کا رقبہ + منحنی حصے کا رقبہ =

$$= 2\pi rh + \pi r^2 + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r (h + r)$$

بیلن کا کل سطحی رقبہ = $2\pi r (r + h)$

نوٹ:- جب تک کوئی ہدایت نہ دی گئی ہو π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیتے ہیں

مثال:- 5 ایک مکعب نما پتھر کی لمبائی 5 میٹر چوڑائی 4 میٹر اور موٹائی (اونچائی) 3 میٹر ہے تو اس کا کل سطحی رقبہ نکالیے۔

حل:- یہاں مکعب نما کی لمبائی $l = 5m$, $b = 4m$, $h = 3m$ چوڑائی ہے

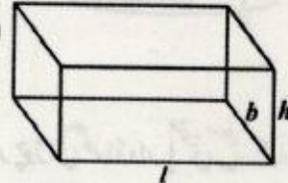
$$\text{مکعب نما کا کل سطحی رقبہ} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2\{(5m \times 4m) + (4m \times 3m) + (5m \times 3m)\}$$

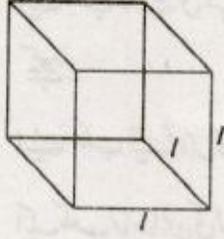
$$= 2(20m^2 + 12m^2 + 15m^2)$$

$$= 2 \times 47m^2$$

$$= 94m^2$$



مثال 6 ایک مکعب کا ایک ضلع 5cm ہے تو اس مکعب کے کل سطح کا رقبہ معلوم کیجئے۔



حل یہاں $l = (\text{ضلع}) = 5\text{cm}$ ہے

$$= 6l^2 = \text{اس لیے کل سطحی رقبہ}$$

$$= 6 \times 5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$$

$$= 150\text{ cm}^2$$

مثال 7 ایک بیلن نما ٹھوس لوہے کی لمبائی 50 سنٹی میٹر ہے اور قاعدہ کا نصف قطر (radius) 7 سنٹی میٹر ہے تو اس

بیلن نما ٹھوس کا (i) منحنی سطح کا رقبہ (ii) کل سطحی رقبہ معلوم کیجئے۔ (جہاں $\pi = \frac{22}{7}$)

حل (i)

$$(i) \text{ بیلن کا منحنی سطح کا رقبہ} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7\text{m} \times 50\text{cm}$$

$$= 44\text{cm} \times 50\text{cm}$$

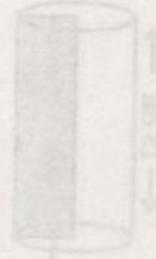
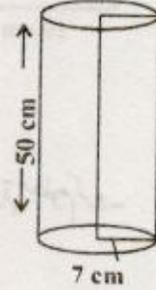
$$= 2200\text{cm}^2$$

$$(ii) \text{ بیلن کا کل سطحی رقبہ} = 2\pi r(r + h)$$

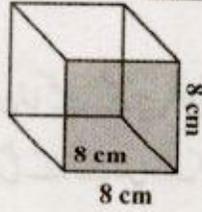
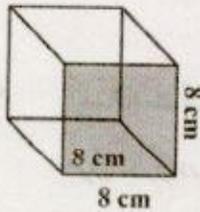
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7 + 50)$$

$$= 44\text{cm} \times 57\text{cm}$$

$$= 2508\text{ cm}^2$$

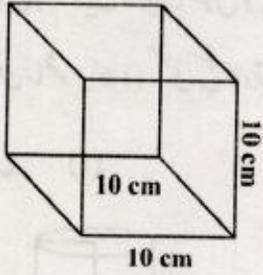


سوالنامہ 13.3



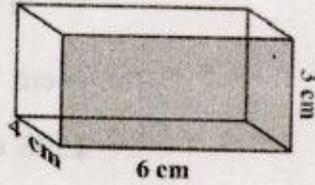
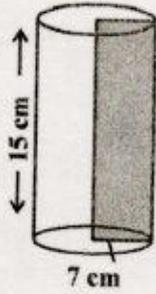
1 دیئے گئے دو مکعبوں کا جوڑ کر
ایک مکعب نما بنایا گیا، تو مکعب
نما کے کل سطح کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2. ایک مکعب کا ایک ضلع 12cm ہے مکعب کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجئے۔
3. ایک مکعب نمائشے کی لمبائی 15cm ، چوڑائی 14cm اور اونچائی 13cm ہے اس شے کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجئے۔
4. ایسے مکعب جیسے ٹھوس کا ضلع معلوم کیجئے جس کا کل سطحی رقبہ 2400m^2 ہے
5. ایک مکعب نما صابن کی لمبائی 6cm ، چوڑائی 5cm ، اور کل سطحی رقبہ 148cm^2 ہے تو اسکی اونچائی معلوم کرو۔



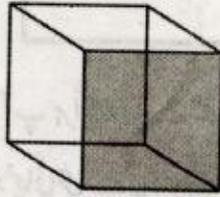
6. ایک مکعب کے شکل کی لکڑی کے ٹکڑے کے ایک کنارے کی لمبائی 10cm ہے۔ اس میں سے $3\text{cm} \times 2\text{cm} \times 1\text{cm}$ ناپ کا مکعب نما ایک کونے سے کاٹ کر نکال لیا گیا ہے۔ تو بچے حصے کا رقبہ کتنا ہوگا؟

7. ایک بیلن کی اونچائی 25cm ہے اور قاعدہ کا رقبہ 154cm^2 ہے تو بیلن کے منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔
8. اگر آپکوان بناوٹوں کو کاغذ سے پورا ڈھکنا ہو تو کم سے کم کتنے کاغذ کی ضرورت ہوگی۔



9. ایک عمارت میں 20 بیلن نما کھبے لگے ہیں جن کی اونچائی 6 میٹر ہے اور نصف قطر 14cm ہے۔ 4 روپیہ فی مربع میٹر کی در سے منحنی سطح کے رقبے میں رنگ کرنے کا خرچہ معلوم کیجئے۔

مکعب، مکعب نما اور نیلن کا حجم (Volume)



کسی سہ سستی شکل کے ذریعہ گھیری گئی جگہ اس کا

حجم کہلاتا ہے۔ اپنے آس پاس پائے جانے والی

چیزوں کے حجم کا موازنہ کیجئے۔ واضح ہے کہ کسی

کمرے میں رکھے ہوئے صندوق کے مقابلے

میں کمرے کا حجم زیادہ ہوگا۔ ایک ڈبے میں رکھے صابن کے بہ نسبت ڈبے کا حجم زیادہ ہوگا۔

ہمیں معلوم ہے کہ ہم کسی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے مربع اکائی (Square unit) کا استعمال کرتے

ہیں۔ یہاں ہم ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لئے مکعب اکائی (Cubic unit) کا استعمال کرتے ہیں

رقبہ نکالنے کے لئے ہم سطح کو مربع اکائیوں میں بانٹتے ہیں اور حجم نکالنے کے لئے ٹھوس کو مکعب اکائیوں میں

بانٹنے کی ضرورت ہے۔

اس طرح کسی ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لئے ہم اس میں مکعب اکائیوں کو گنتے ہیں

$$1 \text{ مکعب سنٹی میٹر} = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^3$$

جیسے ہم 1 مکعب یا کیوبک سنٹی میٹر بھی پڑھتے ہیں

$$1 \text{ مکعب میٹر} = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ مکعب ملی میٹر} = 1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} = 1 \text{ mm}^3$$

آئیے اب ہم مکعب نما، مکعب اور نیلن کا حجم معلوم کرنے کا طریقہ سمجھیں۔ ہر ایک ٹھوس کے متعلق باری باری

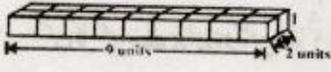
چرچا کریں گے۔

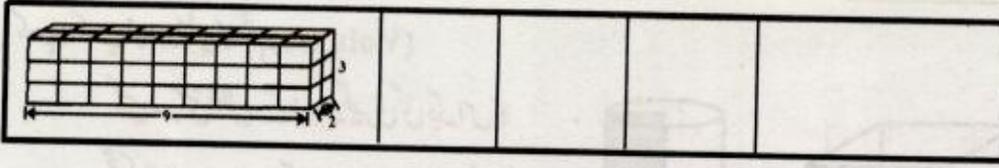
13.6.1 مکعب نما (Cuboid)

برابر ناپ والے (ہر ایک مکعب کی لمبائی برابر) 1 cm لمبائی، چوڑائی، اونچائی کے مکعب لیجئے۔ ایک مکعب نما

بنانے کے لئے انہیں منظم کیجئے۔ آپ انہیں مختلف شکلوں میں مرتب کر سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل جدول پر غور کیجئے اور

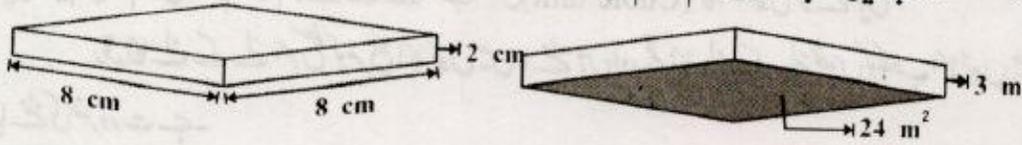
خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

| مکعب نما | لمبائی | چوڑائی | اونچائی | $v = l \times b \times h$ |
|---|--------|--------|---------|----------------------------|
|  | 9 | 2 | 1 | $9 \times 2 \times 1 = 18$ |



اگر آپ ہر ایک بناوٹ میں مکعبوں کی تعداد کو گنیں گے تو ان کی قیمت آپ کو $l \times b \times h$ یعنی لمبائی \times چوڑائی \times اونچائی ہی ملے گی۔ جیسا کہ آپ جانتے ہیں حجم کسی شے کے ذریعہ گھیری گئی جگہ کی قیمت ہوتا ہے۔ اب اگر ادھر پر تصویر میں دیے گئے مکعب نما خالی ہوتے تو ان میں مکعبوں کی تعداد کے برابر سامان بھرا جاسکتا جو اس مکعب نما کا حجم بھی ہے۔
کوشش کیجئے۔

1- مندرجہ ذیل مکعب نماؤں کا حجم معلوم کیجئے۔



2- مندرجہ ذیل مکعبوں کا حجم معلوم کیجئے۔

(i) ضلع والا 4cm (ii) ضلع والا 1.5m

13.6.2 مکعب Cube

مکعب مکعب نما کی ایک مخصوص شکل ہے جس میں $l = b = h$ ہوتا ہے۔ اس لئے

$$V = l \times l \times l = l^3$$

خود کر کے دیکھئے

1- برابر بناؤں والے 64 مکعبوں کو جتنے شکل میں آپ مرتب کر سکتے ہیں اتنے شکلوں میں مرتب کرتے ہوئے مکعب نما

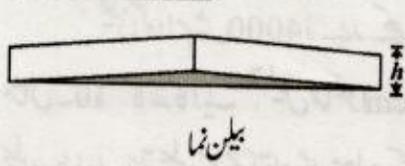
بنائیے۔ ہر ایک شکل کا سطحی رقبہ معلوم کیجئے کیا یکساں حجم والے ٹھوس بناوٹوں کا کل سطحی رقبہ برابر ہوتا ہے۔

2- ایک کمپنی بسکٹ بیچتی ہے۔ بسکٹوں کو پیک کرنے کے لئے مکعب نما شکل کے ڈبوں کا استعمال کیا جا رہا ہے۔

ڈبہ A $20\text{cm} \times 8\text{cm} \times 3\text{cm}$ اور ڈبہ B $10\text{cm} \times 12\text{cm} \times 4\text{cm}$ ۔ کون سا ڈبہ کمپنی کے لئے

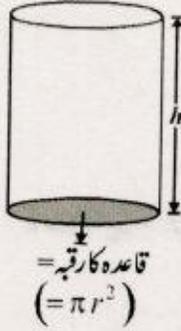
معاشی نقطہ نظر سے فائدہ مند رہے گا اور کیوں؟ کیا آپ ایسے کسی اور بناؤں کے ڈبے کا سنجھاؤ دے سکتے ہیں

جس کا حجم انکے برابر ہو لیکن معاشی نقطہ نظر سے نسبتاً زیادہ فائدہ مند ہو۔



13.6.3 ہم جانتے ہیں کہ مکعب نما کا حجم اسکے قاعدہ کے رقبہ اور اونچائی کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہوئے معلوم کیا جاتا ہے۔ کیا اس طرح ہم بیلن کا حجم معلوم کر سکتے ہیں؟ مکعب نما کی طرح بیلن میں بھی ایک قاعدہ بیلن

(نچلا دائرہ نما حصہ) اور بالائی حصہ (اوپری دائرہ نما حصہ) ہوتا ہے جو ایک دوسرے کے متوازی اور متماثل ہوتے ہیں۔ مکعب نما کی طرح اس کا سطح منحنی قاعدہ پر عمودی شکل میں ہوتا ہے۔



اس لئے مکعب نما کا حجم = قاعدہ کا رقبہ \times اونچائی

$$lbh = h \times l \times b$$

بیلن کا حجم = قاعدہ کا رقبہ \times اونچائی

$$h \times \pi r^2 =$$

$$\pi r^2 h =$$

مثال- 8 ایک مکعب نما کا حجم $60m^3$ ہے اور قاعدہ کا رقبہ $20m^2$ ہے تو اونچائی معلوم کرو۔

حل: یہاں حجم = 20 مکعب میٹر اور قاعدہ کا رقبہ = 20 مربع میٹر

$$3m = \frac{60m^3}{20m^2} = \frac{\text{حجم}}{\text{قاعدہ کا رقبہ}} = \text{یعنی اونچائی}$$

مثال- 9 ایک مکعب نما شکل کا گودام ہے جس کی پیمائش $20m \times 30m \times 40m$ ہے۔ اسکے اندر $1m \times 2m \times 3m$ کے کتنے ڈبے رکھے جاسکتے ہیں؟

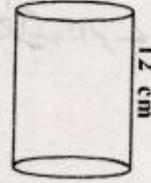
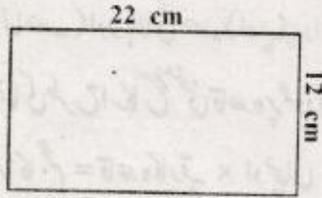
حل: گودام کے اندر رکھے جانے والے ڈبوں کی تعداد = $\frac{\text{گودام کا حجم}}{\text{ایک ڈبے کا حجم}}$

$$= \frac{40m \times 30m \times 20m}{3m \times 2m \times 1m}$$

$$= 4000 \text{ ڈبے}$$

یعنی گودام میں 4000 ڈبے رکھے جاسکتے ہیں۔

مثال- 10 کاغذ کا ایک مستطیل نما ٹکڑا 22cm لمبا 12cm چوڑا ہے۔ لمبائی کے سمت میں کاغذ کو گول کر کے ایک بیلن بنایا جائے تو بیلن کا حجم کتنا ہوگا۔ معلوم کیجئے۔



حل: قاعدہ کا محیط $2\pi r = 22$ اور اونچائی $h = 12$ cm ہوگا

$$2\pi r = 22 \text{ cm} \text{ کیونکہ}$$

$$22 \text{ cm} = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{22 \times 7}{2 \times 22} = r$$

$$r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\text{حجم} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$$

$$= 11 \times 42 = 462 \text{ cm}^3$$

سوالنامہ 13.4

1- (الف) ایک مکعب میں کل کتنی سطحیں ہوتی ہیں؟

(ب) کسی مکعب نما میں کناروں کی کل تعداد کتنی ہوتی ہے؟

(ج) مکعب اور مکعب نما کے سطحوں میں کیا فرق؟

(د) مکعب میں کتنے راس یا کونے (Vertex) ہوتے ہیں؟

2- نیچے مکعب نما کے کناروں کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔ انکے

(الف) کل سطحی رقبہ نکالنے (ب) حجم نکالنے

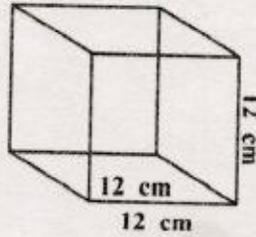
(i) 10m, 5m, 6m (ii) 17cm, 12cm, 10cm

3- 5cm کنارے والے ایک مکعب سے 1cm کنارے والے کتنے مکعب کاٹے جاسکتے ہیں؟

4- ایک مکعب نما کا حجم $576m^3$ ہے اور قاعدہ مربع نما ہے جس کا ایک ضلع 6m ہے مکعب نما کی اونچائی معلوم

کیجئے۔

5- 12cm کنارے والے دو مکعب برابر سے جوڑ دیئے جائیں تو نئے مکعب نما کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجئے۔



6- ایک لڑکا 2 لیٹر دودھ خریدنے گیا۔ دکاندار نے اسے ایک مستطیل نما قاعدہ والے برتن سے جو 20cm لمبائی

15cm چوڑا اور 5cm گہرا تھا۔ ایک بار ناپ کر دے دیا۔ بتائیے اس لڑکے کو کتنا کم یا زیادہ دودھ ملا۔

(اگر $1 لیٹر = 1000 cm^3$)

7- ایک تالاب کی لمبائی 20 میٹر، چوڑائی 12 میٹر اور گہرائی 8 میٹر ہے اور ایک دوسرے تالاب کی لمبائی اور

چوڑائی 20 میٹر کے برابر ہے اور گہرائی پہلے تالاب کے برابر ہے۔ کس تالاب میں زیادہ پانی ہے۔

8- ایک خالی ڈبہ جس میں صابن رکھا جاتا ہے۔ ڈبے کی لمبائی 0.40m، چوڑائی 0.25m اور

اونچائی 0.25m ہے۔ صابن $5cm \times 4cm \times 2cm$ سائز کا ہے۔ ڈبے میں کتنے صابن رکھے

جاسکتے ہیں؟

9- 30 میٹر لمبا، 20 سٹی میٹر چوڑا اور 4 میٹر اونچی دیوار بنوانی ہے؟ اگر ایک اینٹ کی لمبائی 25cm،

چوڑائی 12.5cm اور اونچائی 7.5cm ہو تو اس دیوار کے بنوانے میں کتنے اینٹ لگیں گے۔ (سمٹ اور

بالوکا حجم نہ کے برابر مانا گیا ہے)

10- ایک کمرے کی لمبائی 15 میٹر، چوڑائی 10 میٹر اور اونچائی 8 میٹر ہے۔ اُس کمرے میں کتنی ہوا بھرے گی؟

ہم نے سیکھا

1- مکعب کا کل سطحی رقبہ = $6l^2$ یا $6 \times (\text{ضلع})^2$

2- مکعب نما کا کل سطحی رقبہ = $2\{l.b + b.h + l.h\}$

(لمبائی \times اونچائی + چوڑائی \times اونچائی + لمبائی \times چوڑائی) $\times 2 =$

3- بیلن کا منحنی سطح کا رقبہ = $2\pi rh$

4- بیلن کا کل سطحی رقبہ = $2\pi r(r + h)$

5- بیلن کا حجم = $\pi r^2 h$

6- مکعب نما کا حجم = $l \times b \times h$

7- مکعب کا حجم = l^3

