

## بلا واسطہ (سیدھا اور بالواسطہ) تناسب

(Direct and Indirect Proportion)

## 11.1 تمہید

آؤ ہم دو الگ الگ حالات پر چرچا کریں۔

پہلی حالت



راہل کی مٹی 2 کپ چائے بنانے کیلئے 200ml دودھ 300ml پانی چینی اور چائے کی پتی کام میں لیتی ہے۔ اب اگر انہیں 4 کپ چائے بنانی ہو تو وہ کتنا دودھ اور پانی لینیگی۔

اسی طرح آپ نے سنا ہوگا جیسے جیسے آبادی میں اضافہ ہو رہا ہے ہمارے

قدرتی ذرائع جیسے جنگل، پانی، غذائی اجناس کی تقسیم پر دباؤ بڑھتا جا رہا ہے۔

یعنی آبادی میں اضافہ ہونے پر غذائی اجناس کی پیداوار زیادہ کرنی ہوگی

اوپر دی گئی حالتوں پر غور کریں تو ہم پاتے ہیں کہ دو اعداد کس طرح ایک دوسرے پر منحصر ہیں۔ کسی ایک کی قیمت بدلنے

پر دوسرے کی قیمت بھی بدل جاتی ہے۔

آپ اسی طرح کے دوسری مثالیں اپنے آس پاس سے دیجئے۔

اب ذرا ان مثالوں پر غور کیجئے۔

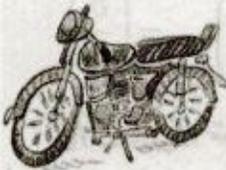
دوسری حالت

ایک مزدور ایک حوض کو پانچ دن میں بناتا ہے تو دو مزدور اسی حوض کو کتنے دن میں بنائیں گے؟

ایک گاڑی گھنٹہ/40km کی چال سے

60km چلتی ہے۔ اگر گاڑی کی چال 60km/گھنٹہ

ہوتی تو اسے اتنی ہی دوری طے کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟





آپ اوپر کے جدول سے الگ الگ پٹرول کی مقدار لیکر انکی نسبت نکالیں۔ جیسے

$$\text{لیٹر } x_1 = 1 \text{ پٹرول}$$

$$\text{لیٹر } x_2 = 4 \text{ پٹرول}$$

$$\text{تب } x_1 : x_2 = 1 : 4$$

اسی طرح اگر  $x_1$  اور  $x_2$  سے متعلق طے کی گئی دوری کو  $y_1$  اور  $y_2$  سے دکھائیں تو انکی نسبت ہوگی۔  $y_1 : y_2$

$$1 \text{ لیٹر میں طے کی گئی دوری } = y_1 = 60$$

$$4 \text{ لیٹر میں طے کی گئی دوری } = y_2 = 240$$

$$\text{تب } 60 : 240 = y_1 : y_2$$

$$\text{یا } \frac{60}{240} = \frac{1}{4}$$

آپ پائنگے کہ  $x_1 : x_2 :: y_1 : y_2$  ایک جیسے تناسب میں ہونگے اسے ہم بلا واسطہ تناسب یا سیدھا تناسب بھی

کہتے ہیں۔ یہاں  $x_1$  اور  $x_2$

خارجی رکن اور  $x_2$  اور  $y_1$  داخلی رکن کہلاتے ہیں۔

آپ اوپر دیئے گئے جدول سے  $x_2$  اور  $y_1$  کی الگ الگ قیمتیں لیکر ان سے متعلق  $y_1$  اور  $y_2$  کی قیمت لیں اور

ان کی نسبتوں کا موازنہ کریں۔

$$\text{یہاں آپ نے دیکھا } \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \text{ کراس ضرب کرنے پر}$$

$$x_1 : y_2 = x_2 : y_1 \text{ یا } \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$$

داخلی رکن کا حاصل ضرب = خارجی رکن کا حاصل ضرب

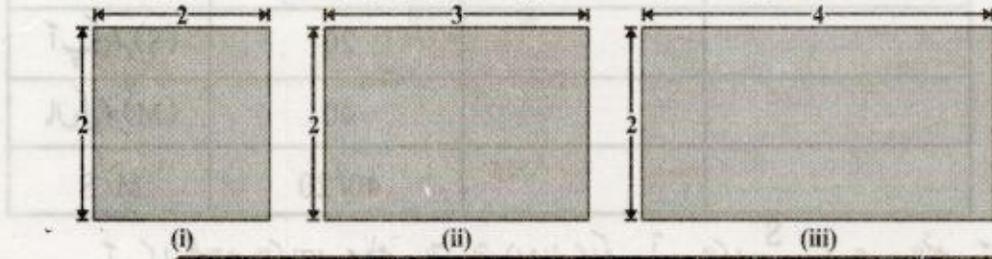
$x$  اور  $y$  کی الگ الگ قیمتوں کو ان میں رکھ کر دیکھیں۔

اس طرح آپ پائنگے کہ ان میں اعداد کا گھٹنا یا بڑھنا ایک متعین نسبت میں ہی ہو رہا ہے۔

اگر یہ برابر نسبت میں نہ ہوں تو یہ اعداد متناسب نہیں ہونگے

نیچے دی گئی حالتوں میں بتائیے کون سے اعداد متناسب میں ہیں؟

مثال۔ اگر مستطیل کی چوڑائی کو ہر بار 2cm مان لیا جائے اور لمبائی بالترتیب 2, 3, 4, ... لی جائے تب



مستطیل کا متغیر ضلع (S)	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
(S)	2	3	4	5	6	7
رقبہ $\text{cm}^2$ میں	$A_1$	$A_2$				
$(2 \times S) = A$	4	6				
تناسب $A/S$	$\frac{4}{2} = 2$					

آپ S اور A کے بارے میں کیا پاتے ہیں؟ ان میں ایک برابر نسبت میں اضافہ ہو رہا ہے۔ کیا ہر بار ایک جیسا ہی رہتا

ہے؟

6	8	10	12	14	16
20	25	30	35	40	45

اوپر کے جدول میں آپ یہ بھی دیکھ رہے ہیں کہ

$$S_1 : S_2 = A_1 : A_2$$

$$\text{کیونکہ } S_1 : S_2 = 2 : 3$$

$$A_1 : A_2 = 4 : 6 = 2 : 3$$

جانچ کیجئے کہ کیا  $S_2 : S_3 = A_2 : A_3$  اور  $S_3 : S_4 = A_3 : A_4$

کیا ہر بار سیدھا متناسب برابر حاصل ہوا

اب ذرا اس تعلق کو دیکھتے

مثال-2 آپ اپنے لئے نیچے دیئے گئے جدول کو پھریئے

پانچ سال پہلے	موجودہ عمر	پانچ سال بعد عمر	
20			آپ کی عمر (S)
40			ماں کی عمر (M)
40/20			M/S

آپ کیا دیکھتے ہیں؟ کیا S اور M میں ساتھ ساتھ (اضافہ) یا کمی ہوتی ہے؟ کیا  $\frac{S}{M}$  ہر بار وہی ہے؟ نہیں۔ آپ اس

عمل کو اپنے دوسرے دوستوں کے ساتھ دہرا سکتے ہیں اور خود کے ذریعہ جمع کئے گئے آئٹمز کو لکھ سکتے ہیں۔

اس طرح آپ نے دیکھا کہ یہ ضروری نہیں کہ ساتھ ساتھ بڑھنے والے حصے ہمیشہ تناسب میں ہی ہوں۔ مثال کے

لئے۔

کسی پودے کی ابتدائی بڑھوتری جس در سے ہوتی ہے۔ یہ ضروری نہیں ہے۔ کہ بعد میں بھی وہ اسی تناسب میں ہوں۔

افراد کے وزن اور لمبائی میں تبدیلی کسی طے شدہ تناسب میں نہیں ہوتی ہے۔

خود کر کے دیکھئے

1. مندرجہ جدول کو دیکھئے اور معلوم کیجئے کہ کیا x اور y تناسب میں ہیں؟

(i)

x	18	16	14	12	10	8	6
y	32	30	28	26	24	22	20

(ii)

x	15	12	9	6	3
y	20	16	12	8	4

(iii)

x	1	4	6	13	15	a
y	4	16	24	52	60	4a

2. قیمت خرید 1000 روپیہ پر ایک تاجر الگ الگ دروں پر نفع لیکر اس چیز کو بیچے تو در اور نفع کے بیچ نسبت معلوم کیجئے۔

در (R)	5%	15%	20%	25%
نفع (P)				
کیا یہ تناسب میں ہے				

آئیے کچھ مثال حل کریں۔ جہاں ہم سیدھے تناسب کے تصور کا استعمال کریں گے۔

مثال۔ 3 اگر ایک خاندان کا ایک فرد اوسطاً  $\frac{1}{2}$  کیلوگرام چینی کا استعمال کرتا ہے۔ تب اگر خاندان میں بالترتیب

14 اور 6 افراد ہوں تو چینی کے مقدار کیا ہوگی؟

حل: مان لیجئے کہ افراد کی تعداد کو (M) سے اور استعمال کی جانے والی چینی کی مقدار کو (S) سے دکھاتے ہیں تب

جدول کچھ اس طرح بنے گا

	M	1	4	6
	S	$\frac{1}{2}$	$S_2$	$S_2$

جیسے جیسے افراد کی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے ان کے ذریعہ استعمال کی جانے والی چینی کی مقدار میں بھی اسی مناسبت سے

اضافہ ہوگا۔ اس لئے یہ تناسب کی حالت ہے۔

اس لئے ہم  $\frac{S_1}{M_1} = \frac{S_2}{M_2}$  جو کہ  $\frac{S_1}{M_1} = \frac{M_1}{M_2}$  کی شکل میں بھی لکھا جاتا ہے کا استعمال کریں گے۔

$$(1) \text{ یہاں } S_1 = \frac{1}{2}, M_1 = 1 \text{ اور } M_2 = 4, S = ?$$

$$\frac{1}{2} = \frac{S_2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{S_2}{4}$$

$$S_2 = \frac{1 \times 4}{2}, S_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{kg}$$

$$S_3 = ? ; M_3 = 6 \quad (ii)$$

آپ  $\frac{S_1}{M_1} = \frac{S_3}{M_3}$  کی جگہ  $\frac{S_2}{M_2}$  کو بھی کام میں لے سکتے ہیں

$$\frac{S_2}{M_2} = \frac{S_3}{M_3} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} = \frac{S_3}{6}$$

$$\text{یا} \quad \frac{2}{4} = \frac{S_3}{6} \quad \text{یا} \quad S_3 = 6 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{یا} \quad S_3 = \frac{6 \times 2}{4} = 3 \quad \text{یا} \quad S_3 = 3$$

مثال-4 10 میٹر اونچے درخت کا سایہ صبح کے وقت 18 میٹر ہے تب اسی وقت 120 میٹر ٹاور کا سایہ کتنا ہوگا۔

حل:- مان لیجئے اونچائی کو  $x$  میٹر اور سایہ کو  $y$  میٹر مان لیتے ہیں۔ تب

حقیقی اونچائی ( $x$ )	10	120
سایہ ( $y$ )	18	$y_2$

یہ تو واضح ہے کہ چیز جتنی بڑی ہوگی اُس کا سایہ بھی وقت کے مطابق بڑا ہی ہوگا۔

اس لئے چیز کی حقیقی اونچائی اور سایہ کے بیچ کا تعلق سیدھا تناسب ہی ہوگا۔

سیدھے تناسب کی خصوصیت سے

$$x_1 : x_2 :: y_1 : y_2$$

$$10 : 120 :: 18 : y_2$$

خارجی رکنوں کا حاصل ضرب = داخلی

رکنوں کا حاصل ضرب

$$10 \times y_2 = 120 \times 18$$

$$y_2 = \frac{120 \times 18}{10} = 216$$

$$\text{سے} \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

$$\frac{10}{18} = \frac{120}{y_2}$$

$$10 \times y_2 = 18 \times 120$$

$$y_2 = \frac{18 \times 120}{10} = 216$$

مثال:- 5 نیچے کے جدول میں a اور b کی قیمت معلوم کیجئے اگر  $\frac{x}{y} = \text{ایک ساکن (Constant)}$  عدد ہے۔

x	5	a	4
y	7.5	30	b

حل:- دیا گیا ہے کہ a اور b بلا واسطہ یا سیدھے تناسب اعداد ہیں۔

اس لئے  $\frac{x}{y} = k = \text{ایک ساکن عدد ہوگا۔}$

$$\left(\frac{x}{y} = k\right) \quad \frac{5}{7.5} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$$

$$\text{اس لئے } k = \frac{2}{3}$$

تب	$\frac{2}{3} = \frac{a}{30}$	یا	$\frac{2}{3} = \frac{a}{30}$
یا	$\frac{2}{3} \times 30 = a$		

$$\text{یا } a = 20$$

اسی طرح  $k = \frac{2}{3}$  کو  $\frac{4}{b}$  کے برابر رکھنے پر

$$\text{یا } \frac{2}{3} = \frac{4}{b}$$

$$\text{یا } b = 4 \times \frac{3}{2}$$

$$\text{یا } b = 6$$

مثال:- 6 اگر 8 سکوں کا وزن 720 گرام ہو تو طریقہ وحدانی سے درج ذیل کا وزن معلوم کیجئے۔



(i) 5 سکوں (ii) 12 سکوں

(iii) 20 سکوں (iv) 100 سکوں

حل:- 8 سکوں کا وزن = 720 گرام

$$\text{تب 1 ہیکہ کا وزن} = \frac{720}{8} = 90 \text{ گرام}$$

اب جب اس کے کا وزن 90 گرام ہے

تو 5 سکوں کا وزن ہوگا = 90 گرام  $\times$  5 = 450 گرام

اور 12 سکوں کا وزن = 90 گرام  $\times$  12 = 1080 گرام

20 سکوں کا وزن = 90 گرام  $\times$  20 = 1800 گرام

100 سکوں کا وزن = 90 گرام  $\times$  100 = 9000 گرام

سکوں کی تعداد اور ان کے وزن کا جدول بنانے پر

(x) سکوں کی تعداد	8	1	5	12	20	100
(y) وزن گرام میں	720	90	450	1080	1800	9000
نسبت	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90

اس طرح آپ نے دیکھا کہ جب اعداد کا تعلق بااواسطہ تناسب میں ہوتا ہے۔ تو وہاں ہم وحدانی اصول کا بھی استعمال

کر سکتے ہیں۔

مثال- 7 ایک بس 45/km فی گھنٹہ یکساں رفتار سے چل رہی ہے۔

(i) وہ 30 منٹ میں کتنی دوری طے کرے گی۔

(ii) 135 کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں بس کتنا وقت لے گی

حل:- چونکہ بس کی چال کو ہم یکساں مانا ہے۔ اس لئے طے کی گئی دوری اور وقت میں سیدھا تناسب ہوگا۔

مان لیجئے کہ 30 منٹ میں طے کی گئی دوری (کیلومیٹر میں) k ہے اور 135 کیلومیٹر کی دوری طے کرنے میں لگا وقت

(منٹوں میں) y ہے۔

$$\text{منٹ } 1 = 60 \text{ گھنٹہ}$$

135 x 45 (km) طے کی گئی دوری

(منٹ) لیا گیا وقت ہمیں معلوم ہے۔

$$\frac{45}{60} = \frac{x}{30} \quad \text{یا} \quad x = \frac{45 \times 30}{60} = 22\frac{1}{2} \text{ km}$$

اسلئے 30 منٹ میں طے کی گئی دوری =  $22\frac{1}{2}$  کیلومیٹر

(II) ساتھ ہی

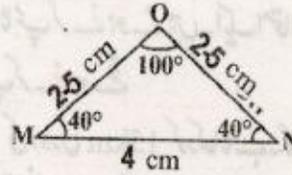
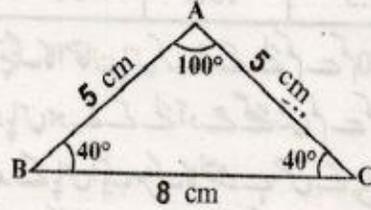
$$\frac{45}{60} = \frac{135}{y} \quad \text{یا} \quad y = \frac{135 \times 60}{45}$$

$$y = 180 \text{ منٹ}$$

یا 3 گھنٹے

تناسب کا استعمال اپنی دوسرے اہم بنیادی اصولوں کی تشریح کرنے کے لئے بھی کرتے ہیں۔ جیسے متماثلت اور

نقشہ (Map) کو دیکھانے میں



اوپر دیئے گئے مثلثوں کے نظیری زاویے (Corresponding angle) برابر اور نظیری اضلاع متناسب ہیں جیسے

$$\frac{AB}{MO} = \frac{5}{2.5} = 2$$

$$\frac{AC}{ON} = \frac{5}{2.5} = 2$$

$$\frac{BC}{MN} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{BC}{MN} = \frac{8}{4} = 2$$

اس طرح ہر ضلع 2 : 1 کے نسبت میں ہی ہے

اسی طرح نقشوں کے بنانے میں بھی پیمانہ میں دو نقطوں کی دوری اور حقیقی علاقہ پر دو نقطوں کل دوری کا تناسب ہوتا ہے۔



مثال کے لئے۔ اگر نقشہ پر 1cm حقیقی دوری 10 کیلومیٹر کو بتاتا ہے  
(یعنی 1 cm : 10 km) یا کیلومیٹر کو سنٹی میٹر میں بدلنے  
( 1cm : 100000 cm)  
تو اسی نقشہ پر 2 cm حقیقی دوری 20 km دکھائے گا۔

### سوالنامہ - 11.1

1. مندرجہ ذیل جدول میں x اور y متناسب (براہ راست تناسب میں) ہیں یا نہیں؟ معلوم کیجئے

x	3	6	15	20	30
y	12	24	45	60	120

x	1	3	9	20
y	1.5	4.5	13.5	30

2. ٹائپنگ کا امتحان پاس کرنے کے لئے کم سے کم 30 الفاظ فی منٹ ٹائپ کرنے ہوتے ہیں۔ ایک امتحان

دینے والے کو پاس ہونے کے لئے آدھے گھنٹے میں کم سے کم کتنے الفاظ ٹائپ کرنے ہونگے

3. مکند کے پاس ایک سڑک کا نقشہ ہے جس کے پیمانے میں 1 cm کی دوری 15 km کو دکھاتا ہے۔ گاندھی

نگر سے ڈاکر حسین سرکل تک جانے والی سڑک اگر 75 km ہے تو نقشہ پر اُسے کتنے سنٹی میٹر سے دکھایا جائیگا؟

4. اگر 25 میٹر کپڑے کی قیمت 337.50 روپے ہو تو

(i) اسی طرح کے 60 میٹر کپڑے کی قیمت کیا ہوگی؟

(ii) 1620 روپے میں اس طرح کا کتنی لمبائی کا کپڑا خریدا جاسکتا ہے؟

5. مکان کے ایک ماڈل میں اُسکی اونچائی 5 سنٹی میٹر اور لمبائی و چوڑائی بالترتیب 12 cm اور 8 cm ہے۔ اب

اگر حقیقی حالت میں اُسکی اونچائی 25 فٹ ہو تو ماڈل میں استعمال کیا گیا پیمانہ بتائے۔

6. مان لیجئے 2 کیلومیٹر دال میں  $7 \times 10^5$  کرٹل ہیں۔ تب دی گئی دال کی مقدار میں کتنے کرٹل ہونگے۔

(i) 8 کیلوگرام (ii) 5 کیلوگرام

7. ایک نقشے کا پیمانہ 1:25000000 دیا ہے۔ دو شہروں کی نقشے میں دوری 3 cm ہے تو حقیقت میں اُنکے بیچ کتنی

دوری ہوگی؟

8. اگر ایک اسکوٹر 3 لیٹر پٹرول میں 96 کیلومیٹر چلتا ہے تو 320 کیلومیٹر چلنے کے لئے اسے کتنے پٹرول کی ضرورت ہوگی؟

### 11.2 بالواسطہ یا الٹا تناسب (Indirect Proportion)

روزمرہ کی زندگی میں ہم کچھ جگہوں پر یہ دیکھتے ہیں کہ ایک عدد کے بڑھنے سے دوسرا عدد ایک مقررہ تناسب میں گھٹنے لگتا ہے۔ یا پہلے عدد کے گھٹنے سے دوسرا عدد ایک مقررہ تناسب میں بڑھنے لگتا ہے۔ اس طرح کے تناسب رشتوں کو بالواسطہ تناسب کہتے ہیں۔  
آئیے ایک مثال دیکھیں۔

ایک سڑک پر مٹی ڈالنے کے کام کو پورا کرنے کے لئے مطلوبہ مزدوروں کی تعداد اور دنوں کی تعداد نیچے جدول میں دی ہوئی ہے۔

مزدوری کی تعداد (x)	5	10	15	20	30
دنوں کی تعداد (y)	60	30	20	15	10

اوپر جدول میں مزدوروں کی تعداد (x) ہے اور دنوں کی تعداد (y) ہے۔ کیا آپ ہر ایک x کے لئے دیئے گئے y کے بیچ

کوئی تعلق حاصل کر سکتے ہیں؟ یہ  $xy$  کی ہر ایک قیمت کیلئے ہے۔ یکساں ہے

مثال کو دیکھ کر ہمیں سوچ رہا تھا کہ مزدوروں کی تعداد دو گنی ہونے پر دنوں کی تعداد آدھی ہوگی



آگے مزدوروں کی تعداد تین گنی ہونے پر دنوں کی تعداد  $\frac{1}{3}$  گنی ہوگی۔ اسی طرح مزدوروں کی تعداد اگر

10 گنی کر دی جائے تو دنوں کی تعداد  $\frac{1}{10}$  گنی ہو جائے گی۔ اگر x اور y کی قیمتوں کو ضرب کیا جائے۔

تو ایک ساکن عدد حاصل ہوگا۔ جس طرح بلاواسطہ تناسب میں۔ یا  $y : x$  ساکن عدد ہوتا ہے۔ اسی طرح یہاں  $x \times y$  یا

$\frac{x}{1/y} = xy$  ایک ساکن عدد ہوتا ہے۔ جو بلاواسطہ تناسب کا الٹا ہے۔ اس لئے اسے بالواسطہ تناسب یا الٹا تناسب کہتے ہیں۔

کیا آپ ہمیں متفق ہیں؟ یہاں ہم پاتے ہیں کہ مزدوروں کی تعداد جس تناسب میں بڑھتی ہے۔ ٹھیک اُس کے

اُلٹے یا متضاد تناسب میں دنوں کی تعداد گھٹتی ہے اور جس تناسب میں مزدوروں کی تعداد گھٹتی ہے ٹھیک اُس کے لئے تناسب

میں دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔ ایسے تناسب کو بالواسطہ تناسب (Indirect Proportion) کہتے ہیں جیسے اوپر کے مثال میں

مزدوروں اور دنوں کی تعداد میں بالواسطہ تناسب ہے۔

یعنی دونوں اعداد میں تغیر اُلٹے تناسب میں ہے۔

نیچے دی گئی حالت کو سمجھئے۔

ایک سواری گاڑی 12 فی گھنٹہ کی چال سے چل کر کوئی دوری 4 گھنٹے میں طے کرتی ہے۔ بتائے

1. چال بڑھا کر 24km فی گھنٹہ کو دینے سے اُسے اُس دوری کو پار کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

2. چال بڑھا کر 36 فی گھنٹہ کر دینے سے اُس دوری کو پار کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

ساتھ ہی درج ذیل جدول کو بھی پورا کریں۔

چال (کیلو میٹر فی گھنٹہ میں) بالترتیب بڑھانے پر	12	24	36	48
وقت (گھنٹے میں)	4			
دوری = چال × وقت	48	48	48	48

نتیجہ:- چال بڑھانے پر وقت ---- لگتا ہے۔

چال (کیلو میٹر فی گھنٹہ) بالترتیب کم کرنے پر	48	32	16	6
وقت (گھنٹے میں)	1			
دوری = چال + وقت	48			

نتیجہ:- چال ---- ہونے پر وقت زیادہ لگتا ہے۔

آپ بھی روزمرہ زندگی سے متعلق ایسے پانچ مثال لکھئے جو آپس

میں بالواسطہ تناسب میں ہوں

آئیے، ایک اور مثال دیکھیں،

ہردن 16 صفحہ پڑھنے پر ایک کتاب 15 دنوں میں پوری پڑھی

جاسکتی ہے۔ اگر ہردن 8 صفحہ پڑھیں تو کتاب کو پورا ختم کرنے میں

کتنے دن لگیں گے؟ اگر 12، 15 اور 24 صفحے ہر روز پڑھیں تو کتاب کو

کتنے دنوں میں پڑھا جاسکتا ہے؟



اگر ہر دن پڑھے گئے صفحوں کی تعداد  $x$  اور پڑھنے میں لگے متعلقہ دنوں کی تعداد  $y$  سے دکھائیں تو حل کرنے سے حاصل  
جوابات کو درج ذیل جدول میں لکھا جاسکتا ہے۔

( $x$ ) صفحوں کی تعداد	16	8	12	15	24
( $y$ ) دنوں کی تعداد	15	30	20	16	10

$$\frac{1}{10} \text{ یا } \frac{1}{16} \text{ یا } \frac{1}{20} \text{ یا } \frac{1}{30} \text{ یا } \frac{1}{15} = \frac{1}{y} \text{ یہاں}$$

$$x:y = \frac{x}{1/y} = \frac{16}{1/15} = \frac{8}{1/30} = \frac{12}{1/20} = \frac{15}{1/16} = \frac{24}{1/10}$$

$$x \times y = 16 \times 15 = 8 \times 30 = 12 \times 20 = 15 \times 16 = 24 \times 10$$

$$240 = 240 = 240 = 240 = 240$$

$$x: \frac{1}{y} = \frac{x}{1/y} = xy = 240 = k \text{ (ماتا)}$$

یہاں صفحوں کی تعداد دنوں کی تعداد کے ساتھ اُلٹے تناسب میں ہے۔ چونکہ صفحوں کی تعداد کی ہر ایک قیمت کیلئے مطلوبہ  
دنوں کی تعداد کے بیچ اُلٹے تناسب کا تعلق ہر جگہ ایک ساکن قیمت دیتا ہے۔ اس لئے صفحوں کی تعداد کے سبھی دنوں کے تعداد کے  
متعلقہ قیمتوں کے ساتھ اُلٹے تناسب میں ہیں۔ دوسرے الفاظ میں کہہ سکتے ہیں کہ صفحوں کی تعداد  $x$  اور متعلقہ دنوں کی تعداد  $y$  کا  
حاصل ضرب ایک ساکن عدد ہے یعنی  $xy = k$

اب اگر  $xy$  کی ایک سے زیادہ قیمتیں  $k$  کے برابر ہیں تو دے آپس میں بھی برابر ہونگے۔

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

نتیجہ: ہم پاتے ہیں کہ ”جب دور متغیر یا متحرک (Variable) اعداد میں آپس میں اس طرح کا تعلق ہو کہ ان  
میں سے ایک عدد کی قیمت بڑھانے سے دوسرے عدد کی قیمت کم ہو یا پہلے عدد کی قیمت کم کرنے سے دوسرے عدد کی قیمت بڑھتی  
ہے۔ اور ہر ایک حالت میں دونوں اعداد کا حاصل ضرب ساکن تو ان کے بیچ کے تعلق کو بالواسطہ تا سبھی حرکت کہتے ہیں۔“  
ریاضی کی شکل میں اگر  $x$  اور  $y$  بالواسطہ تناسب میں ہوں تو  $xy = k$  اگر  $x$  کی دو قیمت  $x_1$  اور  $x_2$  کے لئے کی دو  
متعلقہ  $y_1$  اور  $y_2$  ہوتو

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

خود کر کے دیکھئے۔

نیچے دیئے گئے کن جدولوں میں  $x$  اور  $y$  بالواسطہ تناسبی حرکت (Indirect variation) میں ہیں۔ یا نہیں

(i)	$x$	40	20	16	10	2.5
	$y$	2	4	5	8	32

(ii)	$x$	6	2	3	18
	$y$	3	9	6	1

(iii)	$x$	10	5	2	4
	$y$	3	6	15	8

(iv)	$x$	9	10	12	15
	$y$	5	4.5	3.75	3

اگر  $x$  اور  $y$  بالواسطہ تناسبی حرکت میں ہیں تو مندرجہ جدول میں ضرورت کے مطابق خالی جگہوں کو بھریں۔

(i)	$x$	9	18	20	.....	30
	$y$	4	.....	.....	1.5	.....

(ii)	$x$	16	8	.....	.....	48
	$y$	3	.....	12	24	.....

(iii)	$x$	20	50	25	.....	100
	$y$	.....	4	.....	5	.....

آئے بالواسطہ تناسبی حرکت کے کچھ مثالوں کو دیکھیں

مثال:- 8:12 مزدور ایک دیوار کو 10 دن میں بنا سکتے ہیں۔ اسی دیوار کو 20 مزدور کتنے دنوں میں بنا لینگے۔

حل:- چونکہ مزدوروں کی تعداد بڑھنے سے کام پورا ہونے میں کم وقت لگے گا۔ اس لئے یہاں بالواسطہ تناسبی حرکت کی

حالت ہے۔

مانا کہ 20 مزدور اُس دیوار کو  $y$  دنوں میں بنا لینگے۔ تو جدول اس طرح ہوگا۔

مزدوروں کی تعداد (x) 12 20

دنوں کی تعداد (y) 10 y

بالواسطہ تناسب میں

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

$$12 \times 10 = 20 \times y$$

$$\frac{12 \times 10}{20} = y$$

$$6 = y$$

یعنی 20 مزدور اُس دیوار کو 6 دن میں بنا لینگے

مثال- 9 ایک ہاسٹل میں 200 طلباء کے لئے 24 دن کا غذائی اجناس ہے۔ اگر ہاسٹل میں 100 طلباء اور شامل ہو

جائیں تو غذائی اجناس کتنے دنوں میں ختم ہو جائے گا؟

حل: 100 طلباء کے لئے شامل ہو جانے سے ہاسٹل میں طلباء کی تعداد = 200 + 100 = 300

چونکہ غذائی اجناس متعین ہے۔ اور طلباء کی تعداد بڑھنے سے غذائی اجناس کم وقت میں ختم ہو جائے گا۔ اسلئے یہاں

بالواسطہ تناسب کا تعلق ہے۔

مانا کہ غذائی اجناس  $y$  دنوں میں ختم ہو جائیگا۔ تو جدول اس طرح ہوگا۔

(x) طلباء کی تعداد	200	300
(y) دنوں کی تعداد	24	y

بالواسطہ تناسب میں

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

$$\therefore 200 \times 24 = 300 \times y$$

$$یا \frac{200 \times 24}{300} = y$$

$$یا 16 = y \quad یا \quad y = 16$$

یعنی غذائی اجناس 16 دنوں میں ختم ہو جائیگا

مثال- 10 شالو 12 کیلومیٹر فی گھنٹہ کی اوسط چال سے سائیکل چلا کر گھر سے اسکول جاتی ہے۔ 20 منٹ میں اسکول پہنچ جاتی ہے۔ اگر وہ 15 منٹ میں اسکول پہنچنا چاہے تو اسکی اوسط چال کیا ہونی چاہیے؟  
 حل:- چونکہ کم وقت میں اسکول پہنچنے کیلئے چال بڑھانی ہوگی۔ اسلئے یہاں بالواسطہ تناسب کی حالت ہے۔  
 مانا کہ مطلوبہ اوسط چال  $k$  کیلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔  
 تو یہاں جدول اس طرح ہوگا۔

چال (x) / کیلومیٹر / گھنٹہ میں	12	x
(y) وقت (منٹوں میں)	20	15

بالواسطہ تناسب میں

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2$$

$$12 \times 20 = x \times 15$$

$$\frac{12 \times 20}{15} = x$$

$$16 = x$$

$$\therefore x = 16 \text{ km گھنٹہ}$$



یعنی 15 منٹ میں اسکول پہنچنے کیلئے شالو کی اوسط چال 16 کیلومیٹر

### سوالنامہ- 11.2

1. اور  $y$  بالواسطہ تناسب میں ہوں تو ضرورت کے مطابق خالی جگہوں کو پُر کیجئے

x	8	6	4	.....	36
y	9	12	.....	10	.....

2. مندرجہ ذیل جدول میں خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

چال (کیلومیٹر / گھنٹہ میں)	4	8	.....	.....	64
وقت (منٹوں میں)	.....	40	20	10	.....

3. 10 مزدور کسی کام کو 2 دن میں کرتے ہیں۔ اسی کام کو 2 مزدور دنوں میں کریں گے؟

4. 45 مزدور ایک کام کو 27 دنوں میں پورا کرتے ہیں تو کتنے مزدور اسی کام کو 15 دنوں میں پورا کریں گے۔

5. ایک بس 30 کلومیٹر/گھنٹہ کی چال سے 6 گھنٹے میں ایک مقررہ دوری طے کرتی ہے۔ اسی دوری کو وہ بس کس چال سے صرف 4 گھنٹے میں طے کر لے گی؟
6. 40 گھوڑے ایک کونٹیل چنے کو 7 دنوں میں کھاتے ہیں۔ کتنے گھوڑے اُتے ہی چنے کو 28 دنوں میں کھائیں گے؟
7. ایک ہاسٹل میں 300 طلباء کیلئے 15 دنوں کا راشن کا سامان ہے۔ اگر تعطیل کی وجہ سے 200 طلباء باہر چلے جائیں تو وہ سامان کتنے دنوں تک چلے گا؟
8. ایک چھاؤنی میں 700 فوجیوں کیلئے 25 دنوں کے لائق غذائی اجناس ہے۔ لیکن کچھ فوجیوں کے آجانے کی وجہ سے وہ غذائی اجناس صرف 20 دنوں میں ہی ختم ہو گیا بتائیے کہ بعد میں چھاؤنی میں اور کتنے فوجی آئے؟
9. ایک آدمی ہر دن کسی کتاب کے 8 صفحات کو پڑھ کر اُسے 15 دنوں میں پورا پڑھ لیتا ہے۔ اگر وہ ہر دن 12 صفحہ پڑھے تو وہ پوری کتاب کو کتنے دنوں میں پڑھ لے گا؟
10. ایک فوجی کیمپ میں 105 فوجیوں کیلئے 21 دنوں کا رسط کا سامان ہے اگر کیمپ میں 42 فوجی اور شامل ہو جائیں تو اسد کا سامان کتنے دنوں میں کتنے ختم ہو جائے گا؟
11. مندرجہ ذیل میں کون کون بالواسطہ تناسب میں متحرک ہیں۔  
(الف) خریدی گئی کتابوں کی تعداد اور ہر ایک کتاب کی قیمت  
(ب) بس کے ذریعہ طے کی گئی دوری اور استعمال پٹرول کی قیمت  
(ج) سائیکل کے ذریعہ کسی طے شدہ دوری کو پار کرنے میں لگاؤ وقت اور اسکی چال  
(د) ایک پل بنانے میں لگائے گئے مزدوروں کی تعداد اور پل بننے میں لگنے والا وقت  
(ر) طلباء کی تعداد اور فی طلباء تقسیم کی گئی مٹھائی کا وزن (اگر 40 کیلوگرام مٹھائی تقسیم کرنی ہے۔  
(س) مزدوری اور کام کے گھنٹے  
(ع) چیزوں کی تعداد اور ان کی کل قیمت
12. 26 جنوری کو ایک اسکول کو 800 طلباء میں 100 گرام فی طالب علم کے حساب سے مٹھائی تقسیم کی گئی۔ اتنی مٹھائی اگر 1000 طلباء میں برابر برابر بانٹی جائے تو ہر ایک طالب علم کو کتنے گرام مٹھائی ملے گی؟
13. جب ایک ٹل ایک گھنٹے میں 640 لیٹر پانی بھرتا ہے تو ایک ٹنکی کو بھرنے میں 10 گھنٹے کا وقت لگتا ہے۔ اگر اسی ٹنکی کو دوسرے ٹل سے 8 گھنٹے میں بھر گیا ہو تو دوسرے ٹل سے فی گھنٹہ کتنا پانی بھرا؟

## ہم نے سیکھا

1. جب دو متحرک (Variable) اعداد اس طرح متعلق ہوں کہ ایک متحرک کی قیمت بڑھنے یا گھٹنے سے دوسرے متحرک کی قیمت بھی اسی تناسب میں بڑھ یا گھٹ جاتی ہے۔ وہ سیدھا یا بلا واسطہ تناسب (Direct Proportion) کہلاتا ہے۔
2. جب دو متحرک اعداد  $x$  اور  $y$  بلا واسطہ تناسب میں ہوتے ہیں تو انکا تناسب ایک ساکن یا غیر متحرک (Constant) عدد ہوتا ہے۔ یعنی  $\frac{x}{y} = k$
3. جب دو اعداد بلا واسطہ تناسب میں ہوں اور ایک عدد کی دو قیمتوں  $x_1$  اور  $x_2$  کے لئے دوسرے عدد کی متعلقہ قیمت بالترتیب  $y_1$  اور  $y_2$  ہوتی ہو تو  $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$
4. جب دو متحرک اعداد اس طرح متعلق ہوں کہ ایک متحرک کی قیمت بڑھنے (یا گھٹنے) سے دوسرے متحرک کی قیمت میں اسی تناسب میں کل (اضافہ) ہو تو اعداد بالواسطہ تناسب میں ہوتے ہیں۔
5. جب دو اعداد  $x$  اور  $y$  بالواسطہ تناسب میں ہوتے ہیں تو انکا حاصل ضرب ایک ساکن عدد ہوتا ہے۔ یعنی  $k = xy$  جہاں  $k$  ایک ساکن عدد ہے۔
6. اگر دو اعداد بالواسطہ تناسب میں ہوں اور ایک عدد کی دو قیمتوں  $x_1$  اور  $x_2$  کے لئے دوسرے عدد کی متعلقہ قیمت بالترتیب  $y_1$  اور  $y_2$  ہوتی ہو تو  $x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2$

