(l) $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^2$ (n) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

.2 سہل کیجئے

(a)	$(3a-5b)^2-(3a+5b)^2$	(b)	$(x^2+y^2)^2$
(c)	$(xyz+xy)^2-2x^2y^2z$	(d)	$\left(\frac{2x}{5}-\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{2x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$
(e)	$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(2a-\frac{3}{a}\right)^2$	(f)	$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

.3 متماثلوں کا استعمال کر کے درج ذیل کی قیمت معلوم کیجئے۔

(a)	81^2	(b)	$(999)^2$	(c)	$(52)^2$
(d)	$(498)^2$	(e)	$(5.5)^2$	(f)	191×209
(g)	10.5×9.5	(h)	$(101)^2-(99)^2$	(i)	$(1.5)^2-(0.5)^2$

.4 متماثلہ $(x+a)(x+b)=x+(a+b)x+ab$ کا استعمال کر کے درج ذیل کا حاصل ضرب اور قیمت معلوم کیجئے۔

(a)	$(x+3y)(x+5y)$	(b)	$(3x+7)(3x+5)$
(c)	$(x-5)(x+4)$	(d)	$(2x-7)(2x-9)$
(e)	52×53	(f)	3.1×3.2

ہم نے سیکھا

.1 عبارت متغیروں اور غیر متغیروں کا بامعنی مجموعہ ہوتا ہے۔ متغیر کا متغیر کے ساتھ ضرب، جوڑ گھٹاؤ اور تقسیم کر کے حاصل کرتے ہے۔

.2 عبارت میں رُکن + یا - نشان کے ذریعہ الگ رہتے ہیں

.3 متغیر کی قیمت سے عبارت کی الگ الگ قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

.4 متماثلہ: ایک ایسی مساوی یا مساوات ۔ جو متغیر کی سبھی قیمتوں کے لئے صحیح ہوتا ہے۔ متماثلہ کہلاتی ہے۔

.5 مساوات: ایک ایسا مساوی جو متغیر کے کچھ مخصوص قیمتوں کے لئے صحیح ہو مساوات کہلاتا ہے۔

*

باب-10

قوت نما عدد اور قوت نما یا قوت

Exponent and Power

> جیسے $10 = 10 \times 10 \times 10$ یہاں 10 قاعدہ (Base) اور 3 اُس کا قوت نما عدد یا قوت نما (Exponent or power) ہے 10^3 کو "10 کی قوت 3" پڑھتے ہیں۔

10.1 تمہید

ہم جانتے ہیں کہ کسی عدد کو بار بار اسی عدد سے ضرب کرنے پر حاصل ضرب کو مختصر طور پر قوت نمائی شکل (Exponential Form) میں ظاہر کرسکتے ہیں۔

اسی طرح $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

$10 = 10 \times 10 \times 10$ ....

$10 = 10$ ....

خود کر کے دیکھئے

قوت نمائی شکل میں لکھیے

(1) $2 \times 2 \times 2 =$ ....

(2) $(-5) \times (-5) =$ ....

(3) $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} =$ ....

(4) $a \times a \times a \times$ .... بار $m =$ ....

اوپر 10 کے لیے دیئے گئے پیٹرن سے کیا آپ یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں۔ کہ کسی مثبت عدد صحیح کی قوت جیسے جیسے گھٹتی جاتی ہے۔ اُسکی قیمت بھی گھٹتی جاتی ہے۔

آپ خود کچھ مثبت اعداد لے کر دیکھئے کیا سبھی مثبت اعداد میں آپ کو یہ پیٹرن ملتا ہے۔

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

$3^1 = 3 \quad = 3$

$3^0 = 1$

یہاں قوت نما عدد منفی عدد صحیح ہے ← $3^{-1} = 1$

آپ نے اوپر اعداد پر قوت کے پیٹرن سے دیکھا کہ قوت کم ہونے پر قیمت بھی کم ہو رہی ہے۔ کیا آپ 10^{-1} اور 3^{-1} کی قیمت بتا سکتے ہیں؟

آیئے ہم اِسے نکالنا سیکھیں۔

10.2 قوت نما عدد جب منفی عدد صحیح ہو

آپ جانتے ہیں کہ

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$10^2 = 10 \times 10 \quad = \frac{1000}{10} = \frac{10^3}{10}$$

$$10^2 = 10 \quad = \frac{100}{10} = \frac{10^2}{10}$$

$$10^0 = 1 \quad = \frac{10}{10} = \frac{10^1}{10}$$

$$10^1 \ = ?$$

یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ $10^2 = 100$ جو کہ 10^2 سے ایک بڑی قوت 10^3 کا دسواں حصہ یا $\left(\frac{1}{10}\right)$ حصہ ہے۔

اوپر کے پیٹرن کو آگے بڑھاتے ہیں۔

$$10^{-1} = 1 \div 10 - \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$$

واضح ہے کہ 10 کی قوت اسے کم کی جاتی ہے تب اس کی قیمت پہلے کی قیمت کا $\frac{1}{10}$ واں حصہ ہو رہا ہے۔

اب 10^{-4} کی قیمت کیا ہوگی؟

مندرجہ ذیل کو سمجھیں

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 = \frac{125}{5}$$

جس طرح 10^n کی قوتوں میں 1 کم ہونے پر قیمت پہلے کی قیمت کا $\frac{1}{10}$ واں حصہ ہو جاتی ہے

اُس طرح 5^n کی قوتوں میں سے 1 کم کرنے پر قیمت پہلے سے کتنی کم ہو رہی ہے۔

$$5^1 = 5 = \frac{25}{5}$$

$$5^0 = 1 = \frac{5}{5}$$

اوپر کے پیٹرن کو آگے بڑھانے پر

$$5^{-1} = 1 \div 5 = 1 \times \frac{1}{5}$$

$$5^{-1} = 1 \div 5 = 1 \times \frac{1}{5^2}$$

$$5^3 = \frac{1}{5^2} \div 5 = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3}$$

اسی طریقہ پر 3^{-1} , 3^{-2} کی قیمت نکالیے

جیسا کہ ہم نے قبل میں دیکھا کہ مثبت اعداد کی قوت جیسے جیسے کم ہوتی ہے انکی قیمت بھی کم ہوتی جاتی ہے۔

$5^3 = 125$, $5^2 = 25$, $5^1 = 5$, $5^0 = 1$

$$5^{-1} = \frac{1}{5}, \quad 5^{-2} = \frac{1}{25}, \quad 5^{-3} = \frac{1}{125}$$

خود کر کے دیکھئے

سوچئے اور بتائیے کیا مثبت عدد کی کسی بھی قوت کے لئے اس کی قیمت 0 یا منفی عدد ہو سکتی ہے؟ خود سے الگ الگ مثبت اعداد لیکر الگ الگ قوتوں کیلئے کر کے دیکھئے۔

آپ اعداد پر منفی قوت کے پیٹرن میں یہ دیکھا کہ $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

کیا 10^2 کو بھی $10^2 = \frac{1}{10^{-2}}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے؟

اوپر 10^{-2} کی قیمت رکھ کر دیکھو۔

S.S.A. 2014-15 (FREE)

$$\frac{1}{10^{-2}} = \frac{1}{1/10^2} = \frac{1}{1} \times 10^2 = 10^2$$

اسی طرح $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ یا $3^2 = \frac{1}{3^{-2}}$

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ یا $5^3 = \frac{1}{5^{-3}}$

اس طرح قوت نمائی شکل میں لکھے اعداد میں نسب نما(Denominator) کو شمار کنندہ(Numerator) کے مقام پر لے جانے پر قیمت وہی رہتی ہے لیکن اُنکی قوت کے نشاں بدل جاتے ہیں۔

$$\frac{1}{a^2} = a^{-2} \text{ یا } \frac{1}{a^{-2}} = a^2$$

عام طور پر ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی غیر صفر(Non-zero) قابل پیائش عدد a کے لئے $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ جہاں a ایک مثبت قابل پیائش عدد ہے۔ a^m, a^{-m} کا ضربی معکوس(Reciprocal) ہے۔

خود کر کے دیکھئے

ضربی معکوس لکھئے

(i) a^n	(ii) a^{-n}	(iii) 2^{-2}	(iv) 10^{-4}
(v) 5^{-2}	(vi) 3^2	(vii) 8^{16}	(viii) 7^m

آپنے اب یہ تو کر کے دیکھ ہی لیا کہ کسی مثبت عدد صحیح کی قوت جب گھٹائی جاتی ہے تو اس کی قیمت بھی گھٹتی جاتی ہے۔

آیئے اب ذرا منفی اعداد صحیح کیلیئے کر کے سمجھیں۔

$(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 - 3$
$= 9 \times 9$
$= 81$

$(-3)^3 = -3 \times -3 \times -3$
$= 9 \times -3$
$= -27$

$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$

$-3 \times -3 = ?$

کو ایسے بھی سمجھئے

$-3 \times 2 = -6$
$-3 \times 1 = -3$ (+3)
$-3 \times 0 = 0$ (+3)
$-3 \times -1 = 3$ (+3)

اس پیٹرن کو آپ آگے بڑھایئے۔

کیا آپ منفی عدد صحیح پر قوت ہونے پر انکی قیمتوں کے لئے کوئی اصول بنا سکتے ہیں۔

واضح ہے کہ جب عدد صحیح کی قوت طاق (odd) ہوتی ہے تو قیمت منفی عدد حاصل ہوتی ہے اور جب قوت جفت (even) ہو تو قیمت مثبت عدد حاصل ہوتی ہے۔

خود کر کے دیکھیے

قیمت نکالیے۔

(i) $(-1)^5$ (ii) $(-1)^2$

(iii) $(-1)^4$ (iv) $(-5)^3$

10.3 قوت یا قوت نما عدد کے اصول (Laws of exponent) پچھلے درجہ میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ جہاں a غیر صفر قابل، پیمائش عدد ہے اور m ، n مکمل عدد ہیں۔

کیا یہ اصول منفی قوت نما عدد رہنے پر بھی سچ ہے؟ ذیل کی مثالوں کو دیکھیے۔

(i) $2^{-5} \times 2^{-3}$ لینے پر

ہم جانتے ہیں کہ $2^{-5} = \frac{1}{2^5}$ اور $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

$$2^{-5} \times 2^{-3} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^3} \qquad \left[a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right]$$

$$\frac{1}{2^5 \times 2^3} = \frac{1}{2^{5+3}} = \frac{1}{2^8}$$

$$= 2^{-8} \qquad \because (-5) + (-3) = -8$$

(ii) $3^{-2} \times 3^4$ کو حل کیجیے۔

$$3^{-2} \times 3^4 = \frac{1}{3^2} \times 3^4 = \frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

اسے اس طرح بھی حل کر سکتے ہیں

$$3^{-2} \times 3^4 = 3^{(-2)+4} = 3^2 \quad (-2) + 4 = 2$$

(iii) $(-a)^5 \times (-a)^2$ کو حل کیجیے۔

$$(-a)^{-5} \times (-a)^2 = \frac{1}{(-a)^5} \times (-a)^2 = \frac{(-a)^2}{(-a)^5}$$

$$= (-a)^{2-5} \quad = (-a)^3$$

$-5 + 2 = -3$

اوپر کی مثالوں سے ظاہر ہے کہ $a^m \times a^n = a^{m-n}$ کا اصول تب بھی ثابت ہے جب قوت نما عدد منفی ہو۔

خود کر کے دیکھیے۔

حل کیجیے۔

(i) $2^{-3} \times 2^{-2}$ (ii) $(-3)^{-4} \times (-3)^{-3}$ (iii) $g^2 \times g^{-8}$

(iv) $5^2 \times 5^{-3} \times 5^4$ (v) $3^4 \div 3^6$ (iv) $7^{-4} \times 7^4$

اسی طرح آپ مندرجہ ذیل قوت نما اعداد کے اصولوں کو ثابت کر سکتے ہیں۔ جہاں a اور b غیر صفر قابل پیائش اعداد ہیں اور n, m کوئی اعداد صحیح ہیں۔

(i) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^n = (ab)^m$

(iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (v) $a^0 = 1$

آپ ان اصولوں کو منفی قوت نما میں بھی سیکھ چکے ہیں۔

آیئے مندرجہ بالا قوت نما اعداد کے اصولوں کا استعمال کرتے ہوئے مثالوں کو حل کرتے ہیں۔

مثال۔1 قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $7^5 \div 7^3$ (ii) $a^3 \div a^7$ (iii) $(2^3)^2$

(iv) 2^{-3} (v) $\frac{1}{3^{-2}}$

حل:

(i) $7^5 \div 7^3 = 7^{5-3} = 7^2 = 49$ $\quad a^m \div a^n = a^{m-n}$

(ii) $a^3 \div a^7 = a^{3-7} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$

(iii) $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6 = 64$

(iv) $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

(v) $\dfrac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$

مثال۔2 8^{-2} کو قاعدہ (Base) 2 پر قوت کی شکل میں لکھیے۔

حل:

$(8^{-2}) = (2\times 2\times 2)^{-2}$

$= (2^3)^{-2}$

$= 2^{-6}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

مثال۔3 سہل کیجیے

(i) $(2)^5 \times (2)^{-6}$ (ii) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ (iii) $2^3 \div 2^{-4}$

حل:

(i) $(2)^5 \times (2)^{-6} = 2^{5+(-6)} = 2^{5-6} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$

$a^m \times b^n = a^{m+n}$

(ii) $(-5)^4 \times (-5)^{-6} = (-5)^{4+(-6)} = (-5)^{-2} = \dfrac{1}{-5^2}$

(iii) $2^3 \div 2^{-4} = 2^{3-(-4)} = 2^{3+4} = 2^7$

مثال: 4 سہل کیجیے اور جواب قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

(i) $(-2)^{-3} \times (4)^{-3} \times (-5)^{-3}$ (ii) $\dfrac{1}{4} \times (3)^{-2}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\dfrac{5}{3}\right)^4$ (iv) $(3^{-1} \times 5^{-1}) \div 4^{-1}$ (v) $(3^6 \div 3^7) \times 3^{-5}$

حل:

(i) $(-2)^{-3} \times (4)^{-3} \times (-5)^{-3} = (-2\times 4\times -5)^{-3}$

$= (40)^{-3}$

$a^m \times b^m \times c^m = (abc)^m$

$= \dfrac{1}{40^3}$

(ii) $\frac{1}{4} \times (3)^{-2} = \frac{1}{2^2} \times (3)^{-2} = 2^{-2} \times 3^{-2}$

$= (2 \times 3)^{-2}$

$= 6^{-2} = \frac{1}{6^2}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = (-1 \times 3)^4 \times \frac{4^4}{3^4}$

$= (-1)^4 \times 3^4 \times \frac{5^4}{3^4} = 1 \times 5^4 = 5^4$

(iv) $(3^{-1} \times 5^{-1}) \div 4^{-1} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{4}$

$= \left(\frac{1}{15}\right) \div \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{15} \times 4 = \frac{4}{15}$

(v) $(3^6 \div 3^7)^4 \times 3^{-5} = (3^{6-7})^4 \times 3^5$

$= (3^{-1})^4 \times 3^{-5}$

$= (3)^{-4} \times 3^{-5}$

$= (3)^{(-4)+(-5)}$

$= 3^{-9}$

مثال 5: $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{4^{-2}} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$\because \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{4^{-2}} = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{4^2}}$

$= \frac{4^2}{3^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$

اسلئے $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

مثال: 6 حل کیجئے

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ (ii) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iii) $(4^{-1}+8^{-1})\div\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ (iv) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$

ہم جانتے ہیں $a^{-m}=\frac{1}{a^m}$

حل: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{1}\right)^{3}+\left(\frac{3}{1}\right)^{2}+\left(\frac{4}{1}\right)^{2}$

$$=2^3+3^2+4^2=8+9+16=33$$

(ii) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left\{\left(\frac{3}{1}\right)^{2}-\left(\frac{2}{1}\right)^{3}\right\}\div\left(\frac{4}{1}\right)^{2}$

$$=(3^2-2^3)\div 4^2$$
$$=(9-8)\div 16$$
$$=1\div 16=\frac{1}{16}$$

(iii) $\left(4^{-}+8^{-1}\right)\div\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

$$=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{2+1}{8}\right)\div\frac{3}{2}$$
$$=\frac{3}{8}\div=\frac{3}{8}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}$$

(iv) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{8}{5}\right)^{2}\times\left(\frac{5}{8}\right)^{5}$

$$=\frac{8^2\times 5^5}{5^2\times 8^5}=\frac{5^5}{5^2}\times\frac{8^2}{8^5}$$
$$=5^3\times 8^{-3}=\frac{5^3}{8^3}=\frac{125}{512}$$

ایک اور طریقہ

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$$
$$=\left(\frac{8}{5}\right)^{2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$$
$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$
$$=\left(\frac{8}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{8}\right)^{3}=\frac{125}{512}$$

مثال۔7 اگر $(-2)^{x+1} \times (-2)^3 = (-2)^5$ تو x کی قیمت معلوم کیجئے

حل:

$$(-2)^{x+1} \times (-2)^3 = (-2)^5$$

$$\Rightarrow (-2)^{x+1+3} = (-2)^5$$

$$\Rightarrow (-2)^{x+4} = (-2)^5$$

چونکہ دونوں طرف کی قوتوں کے قاعدے برابر ہیں۔ اسلئے اُنکی قوتیں بھی برابر ہونگی۔ اسلئے

$$x + 4 = 5$$

$$\Rightarrow x = 5 - 4 = 1$$

اب ذرا سوچئے اگر قاعدہ کسی دوسرے عدد کی جگہ 1 یا 1- ہو تو

چونکہ $1^0 = 1^1 = 1^2 = 1^3 = 1^4 = 1^{-2} = ... = 1$

یا $(1)^n = 1$ لامحدود n کے لئے ہوگا۔

اسی طرح $(-1)^0 = (-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^{-2} = ... = 1$

اور $(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = ... = -1$

اس لئے قاعدہ 1 یا 1- سے الگ ہونے پر ہی قوت نما برابر ہونگے۔

اسلئے $x^n = x^m$

اگر $x \neq 1, -1$

تو $n = m$

سوالنامہ۔ 10.1

1. قیمت معلوم کیجئے۔ (i) 2^{-3} (ii) 4^{-3} (iii) $(-3)^{-4}$ (iv) $(-2)^{-3}$

2. قیمت معلوم کیجئے۔

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (ii) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$ (iii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-5}$ (iv) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

3. قیمت معلوم کیجئے۔

(i) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{5}{6}\right)^{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$

(iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ (iv) $\left(\frac{9}{8}\right)^{-3} \times \left(\frac{9}{8}\right)^{2}$

4. سہل کیجیے

(i) $\left(\frac{5}{9}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{0}$ (ii) $\left(\frac{-3}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)^{2}$

(iii) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}$

5. قیمت معلوم کیجیے

(i) $\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^{2}$ (ii $\left[\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\right\}^{-2}\right]^{-1}$ (iii) $\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right\}^{-2}$

6. سہل کیجیے اور جواب کو مثبت قوت نما کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $(-3)^{5} \div (-3)^{9}$ (ii) $\left(\frac{1}{3^{3}}\right)^{2}$ (iii) $(-3)^{4} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{4}$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$

7. قیمت معلوم کیجیے

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

8. قیمت معلوم کیجیے

(i) $\left(5^{-1} + 3^{-1} + 2^{-1}\right)^{0}$ (ii) $\left(4^{0} + 8^{-1}\right) \times 2^{3}$

(iii) $\left(2^{-1} \times 4^{-1}\right) \div 2^{-3}$

9. قیمت معلوم کیجیے

(i) $\left(5^{-1} \times 2^{-1}\right) \div 6^{-1}$ (ii) $\frac{16^{-1} \times 5^{3}}{2^{-4}}$

10. x کی قیمت معلوم کیجئے

(i) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-4} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{4}{3}\right)^{3x}$ (ii) $7^x \div 7^{-3} = 7^5$

(iii) $(4)^{2x+1} \div 16 = 64$

11. سہل کیجئے

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}$ (ii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

12. سہل کیجئے

$$\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 5 \times t^{-8}} \ (t \neq 0)$$

$.4 = \frac{4}{10}$

$.03 = \frac{3}{100}$

10.3. اعشاریہ اعداد سسٹم (Decimal Number System)

آپ کو اعداد کو اُنکے وسیع یا پھیلی ہوئی شکل میں لکھنا جانتے ہیں۔

$$56832 = 5 \times 10000 + 6 \times 1000 + 8 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$$

یا $56832 = 5 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

آپ بھی 666,1025,525 کو وسیع شکل میں لکھئے۔

کیا آپ 2349.49 کو وسیع شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں؟ غور کیجئے۔

ہم جانتے ہیں کہ۔

$$2349.43 = 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 9 \times 1 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

آپ 2463.04 اور 3504.249 کو قوت نماؤں کا استعمال کرتے ہوئے پھیلی ہوئی شکل میں لکھئے۔

10.4. چھوٹے اعداد کو قوت نماؤں کا استعمال کر کے معیاری شکل میں لکھنا

جب کسی عدد کو 1.0 اور 9.9 یا اس کے بیچ کے ایک اعشاریہ عدد اور 10 کی قوت کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ تو اس شکل کو معیاری شکل (Standard Form) کہتے ہیں۔ مثال کیلئے

$$150,000,000,000 = 1.5 \times 10^{11}$$

اسی طرح بہت چھوٹے اعداد جیسے لال خون کے ذرّات کا اوسط قطر (Daimeter) 0.000007m= یا کمپیوٹر چپ کے ایک تار کا قطر 0.000003m= جیسے چھوٹے اعداد کو معیاری شکل میں کیسے دکھائینگے؟ غور کیجئے۔

ہم جانتے ہیں کہ

$$0.000007 = \frac{7}{100000}$$

$$= \frac{7}{10^6}$$

$$= 7 \times \frac{1}{10^6}$$

$$= 7 \times 10^{-6}$$

> 0.000001 میں اعشاریہ 6 مقام دائیں طرف کھسک گیا ہے۔
>
> 0.000007
> 123456

اسی طرح ایک کاغذ کی موٹائی 0.0016 سنٹی میٹر ہے تو معیاری شکل میں

(تین اعشاریہ دائیں طرف) عدد $0.0016 = \frac{1.6}{1000}$

$$= 1.6 \times 10^{-3}$$

خود کر کے دیکھئے

مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i) 0.000003 (ii) 0.00034 (iii) 0.0000364

(iv) 8620000 (v) 1,500,000,000

10.4.1 بہت بڑے اور بہت چھوٹے اعداد کا موازنہ

زمین کا وزن 5.97×10^{24} کیلوگرام اور چاند کا وزن 7.35×10^{22} کیلوگرام ہے تو زمین کا وزن کتنے کیلوگرام زیادہ ہے؟

گھٹانے پر

$$5.97 \times 10^{24}\,kg - 7.35 \times 10^{22}\,kg$$
$$= 5.97 \times 100 \times 10^{22}\,kg - 7.35 \times 10^{22}\,kg$$
$$= 10^{22}(597 - 7.35)\,kg \quad (10^{22} \text{ مشترک نکالنے پر})$$
$$= 10^{22} \times 589.65\,kg$$

زمین کا وزن $10^{22} \times 589.65 =$ کیلوگرام زیادہ ہے۔

اسی طرح سورج اور زمین کے بیچ کی دوری $1.496 \times 10^{11}\,m$ اور زمین و چاند کے بیچ کی دوری $3.84 \times 10^{8}\,m$ ہے تو دونوں دوریوں کا فرق

$$= (1.496 \times 10^{11} - 3.84 \times 10^{8})m$$
$$= (1.496 \times 10^{3} \times 10^{8} - 3.84 \times 10^{8})m$$
$$= (1.496 \times 1000 - 3.84)10^{8}\,m$$
$$= (1496 - 3.84)10^{8}\,m$$
$$= 1492.16 \times 10^{8}\,m$$

چھوٹے (مختصر ترین) اعداد کا موازنہ

لال خون کے خلیوں کا سائز $= 7 \times 10^{-6}\,m = 0.000007m$

پودوں کے خلیوں کا سائز $= 1.275 \times 10^{-5}\,m = 0.00001275m$

دونوں کا فرق $= (1.275 \times 10^{-5} - 7 \times 10^{-1} \times 10^{-5})m$

$$= (1.275 - .7) \times 10^{-5}\,m$$
$$= .575 \times 10^{-6}\,m$$

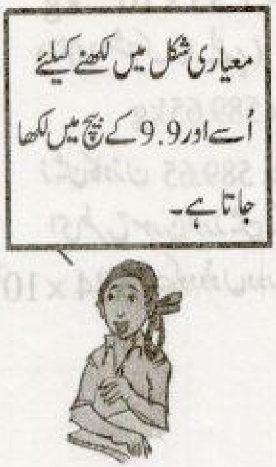
اس کا تقسیم کے ذریعہ موازنہ کرنے پر

$$\frac{\text{پودوں کے خلیوں کا سائز}}{\text{لال خون کے خلیوں کا سائز}} = \frac{1.275 \times 10^{-5}}{7 \times 10^{-6}}$$
$$= \frac{1.275 \times 10^{-5-(-6)}}{7} = \frac{1.275 \times 10^{1}}{7} = \frac{12.75}{7}$$
$$\cong 2 \quad (\text{تقریباً 2 سے کم})$$

بڑے اعداد کا تقسیم کے ذریعہ موازنہ کرنے پر، سورج کا قطر 1.4×10^9 **m** اور زمین کا قطر 1.2756×10^7 **m** ہے ان کے قطروں کا موازنہ کرتے ہیں۔

$$\frac{\text{سورج کا قطر}}{\text{زمین کا قطر}} = \frac{1.4 \times 10^9}{1.2756 \times 10^7} = \frac{1.4 \times 10^{9-7}}{1.2756}$$ (جو کہ تقریباً 100 گنا ہے)

$$= \frac{1.4 \times 10^2}{1.2756} = \frac{1.4 \times 100}{1.2756}$$



مثال ۔8 معیاری شکل میں بدلئے۔

(i) 0.000003 (ii) 0.000,0003,54

حل:

(i) $0.000003 = 3 \times 10^{-6}$

(ii) $0.00000354 = 3.54 \times 10^{-6}$

مثال 9. درج ذیل اعداد کو عام شکل میں بدلئے۔

(i) 2.43×10^6 (ii) 4.3×10^{-4} (iii) 5×10^{-5}

حل:

(i) $2.43 \times 10^6 = 2.43 \times 1{,}000{,}000 = 2430000$

(ii) $9.3 \times 10^{-4} = \frac{9.3}{10^4} = \frac{9.3}{10000} = 0.00093$

(iii) $5 \times 10^{-5} = \frac{5}{10^5} = \frac{5}{100000} = 0.00005$

سوالنامہ ۔ 10.2

1. مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) 0.000000004 (ii) 0.00000000032

(iii) 0.000000000397 (iv) 776000000000

(v) 806000000000 (vi) 4603500000

2. مندرجہ ذیل اعداد کو عام شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) 7.1×10^{-7} (ii) 3.02×10^{-5} (iii 5×10^{-9}

(iv) 1×10^{9} (v) 2.0001×10^{10} (vi) 3.46129×10^{6}

3. ذیل کے بیانات کے اعداد کو معیاری شکل میں بدل کر بیان لکھئے۔

(i) آدمی کے بال کی موٹائی کا قطر تقریباً 0.00002cm ہوتی ہے۔

(ii) پودوں کے خلئے کی ناپ 0.0001275m ہے

(iii) بیکٹیریا کی ناپ 0.0000005m ہے۔

(iv) ایک الکٹرون کا بار (Charge) 0.000,000,000,000,000,00016 کولمب ہوتا ہے۔

(v) مائیکرون $\frac{1}{1000000}$ میٹر کے برابر ہوتا ہے۔

4. ایک کے اوپر ایک کر کے 10 شیشے رکھے گئے ہیں۔ جسمیں ہر ایک کی موٹائی 10mm اور ہر ایک دو شیشے کے بیچ کاغذ کی ایک شیٹ ہے جسمیں ہر ایک کی موٹائی 0.07mm ہے اس کی کل موٹائی کو معیاری شکل میں لکھئے۔

ہم نے سیکھا

1. منفی قوت نماؤں میں والے اعداد درج ذیل اصولوں کا پالن کرتے ہیں۔

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(c) $(a^m)^n = a^{mn}$ (d) $a^m \times b^n = (ab)^m$

(e) $a^0 = 1$ (f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2: منفی قوت نماؤں میں

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ اور } \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

3. منفی قوت نماؤں کا استعمال بہت چھوٹے اعداد کو معیاری شکل میں بدلنے میں ہوتا ہے۔

*