باب: 11

سہل مساوات

11.1: عقلی کھیل

انجو، افسانہ، ممتاز اور مکیش اپنے کلاس روم میں اپنے ساتھیوں کے ساتھ ایک عقلی کھیل کھیل رہے تھے۔ کھیل میں انجو نے ممتاز سے کوئی عدد سوچنے کو کہا۔ سوچے ہوئے عدد میں 5 سے ضرب کر کے حاصل ضرب میں 4 جوڑنے اور نتیجہ بتانے کو کہا۔

ممتاز نے کہا نتیجہ 29 ہے۔ انجو نے فوراً بتایا کہ سوچا ہوا عدد 5 ہے۔ ممتاز نے کہا میں نے 5 ہی سوچا تھا۔

ممتاز اور کلاس کے سبھی طلبا حیرت زدہ ہو گئے اور سوچنے لگے کہ کیا انجو جادو جانتی ہے؟ آخر انجو نے ممتاز کے دل میں سوچے گئے عدد کو کیسے جان لیا؟ افسانہ کو کچھ شک ہوا۔ اُس نے انجو سے کہا، میں نے ایک اور عدد سوچا ہے۔ اُسے بتا دو۔ انجو نے وہی عمل دہرایا اور نتیجہ جاننا چاہا۔ افسانہ نے کہا نتیجہ 154 ہے۔ انجو نے فوراً کہا سوچا ہوا عدد 30 ہے۔

ہر ایک ساتھی یہ جاننا چاہتا تھا کہ آخر انجو نے سوچے گئے عدد کو کیسے معلوم کر لیا۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ انجو نے نامعلوم عدد (سوچے گئے عدد) کو کیسے معلوم کیا؟

آیئے ہم اسے سمجھنے کی کوشش کریں۔

ممتاز نے جو عدد سوچا وہ 1، 2، 3 ..... میں سے کچھ بھی ہو سکتا ہے۔ وہ عدد ہمیں معلوم نہیں ہے۔ اس لیے ایسے عدد کے لیے ہم ایک متغیر (x) لیتے ہیں۔ (متغیر کی صورت میں ہم کوئی حرف علامت لے سکتے ہیں) اب x میں 5 سے ضرب کر کے 4 جوڑنے پر حاصل عبارت ($5x+4$) ہے جو 29 کے برابر ہے۔

سوالنامہ: 15.5

1- ایک مستطیل نما باغ کی لمبائی 40 میٹر اور چوڑائی 20 میٹر ہے۔ باغ کے باہر چاروں جانب 5 میٹر چوڑا ایک راستہ بنایا گیا ہے۔ راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2- ایک مستطیل نما گھاس کا میدان نے، جس کی لمبائی 140 میٹر اور چوڑائی 80 میٹر ہے۔ اس میدان کے اندر سے چاروں جانب 5 میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجئے۔

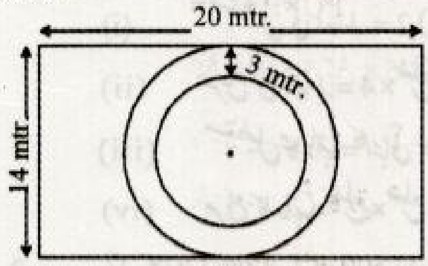
3- ایک باغ 80 میٹر لمبا اور 70 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے باہر چاروں جانب ایک 5 میٹر راستہ بنانا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجئے اور باغ کا رقبہ ہیکٹیئر میں بتائیں۔

4- 10 سینٹی میٹر لمبے اور 6 سینٹی میٹر چوڑے ایک گتے پر ایک تصویر کی پینٹنگ اس طرح بنائی گئی ہے کہ اس کے ہر ایک اضلاع کے متوازی 1.6 سینٹی میٹر چوڑا حاشیہ چھوڑا گیا ہے۔ حاشیہ کا کل رقبہ معلوم کریں۔

5- 60 میٹر ضلع والی ایک مربع نما پھلواری کی چوحدی سے لگا اندر کی جانب 3 میٹر چوڑا راستہ بنا ہوا ہے۔ تو راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے اور 20.50 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے پھلواری میں بنے راستے میں اینٹ سولنگ کرنے کا خرچ معلوم کیجئے۔

6- 800 میٹر لمبے اور 400 میٹر چوڑے ایک مستطیل نما باغ کے بیچ سے ہو کر 10 میٹر چوڑے دو راستے بنے ہوئے ہیں۔ راستے کا کل رقبہ معلوم کیجئے اور راستہ کو چھوڑ کر باغ کے باقی حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جواب ہیکٹیئر میں دیجئے۔

7- نیچے دیا گیا خاکہ 15.28 ایک مستطیل نما باغ کے بیچ کی چوڑائی کو قطر مانتے ہوئے پھولوں کی ایک دائرہ نما کیاری کو ظاہر کرتا ہے۔ پھولوں کی کیاری کی چوحدی سے 3 میٹر چوڑا راستہ اندر سے دائرہ نما بنایا گیا ہے، تو معلوم کیجئے:



(خاکہ:15.28)

(i) پورے باغ کا رقبہ

(ii) راستہ سمیت پھولوں کی کیاری کا رقبہ

(iii) بغیر راستہ کے پھولوں کی کیاری کا رقبہ

(iv) راستے کا رقبہ

(v) پھولوں کی کیاری راستہ سمیت چھوڑ کر باغ کے باقی حصے کا رقبہ

عدد کا 6 گنا $= 6x$

عدد کا 6 گنا 30 کے برابر ہے

اس لیے $6x = 30$ (یہ ایک مساوات ہوا)

-2 کسی عدد کا 2 گنا اس عدد کے 5 گنا سے 21 کم ہے۔

اگر مان لیں کہ عدد x ہے تو

عدد کا 2 گنا $= 2x$ ، عدد کا 5 گنا $= 5x$

عدد کے 5 گنا سے 21 کم $= 5x - 21$

عدد کا 2 گنا یعنی 2، عدد کے 5 گنا سے 21 سے کم کے برابر ہے۔

اس لیے $2x = 5x - 21$ (یہ ایک مساوات ہے)

آیئے کچھ مساوات بنائیں

(a) کسی عدد کا تہائی 17 کے برابر ہے۔

(b) سنیل کی موجودہ عمر اس کی 2 سال پہلے کی عمر کی تین گنی ہے۔

(c) انجم اور اس کے بھائی کی عمر کا جوڑ 23 ہے۔ اگر انجم کی عمر 10 ہے تو اس کے بھائی کی عمر کو m مانتے ہوئے مساوات کی عبارت لکھئے۔

جن مساوات میں ایک متغیر ہوتا ہے وہ ایک متغیر والا مساوات کہلاتا ہے۔ دو یا تین متغیر ہونے پر وہ دو یا تین متغیر والا مساوات کہلاتا ہے۔

11.3 - مساوات کے حل (Solution of equation)

آیئے ہم پھر ممتاز کی مثال کو لیں۔ ممتاز کے ذریعہ سوچے گئے عدد کو x ماننے پر بنا مساوات $5x + 4 = 29$ ہے۔ یہ مساوات $x = 1$ کے لیے L.H.S. $\neq$ R.H.S.

$\because$ LHS $= 5 \times 1 + 4 = 9$

RHS $= 29$

اسی طرح $x = 2, 3$ اور 4 کے لیے

LHS $\neq$ RHS ہے

لیکن $x = 5$ کے لیے RHS $= 5x + 4 = 5 \times 5 + 4$

حل: مان لیا کہ $ABCD$ ایک مربع میٹرضلع کا مربع نما باغ ہے۔ سایہ دار حصہ 4 میٹر چوڑی سڑک کو ظاہر کرتا ہے۔

EF = AB + 2 × راستے کی چوڑائی

$= 50\ mtr. + 2 \times 4\ mtr. = 58\ mtr.$

مربع EFGH کا رقبہ = ضلع × ضلع

$= 58\ mtr. \times 58\ mtr.$

$= 3364\ mtr.^2$

مربع نما پارک ABCD کا رقبہ = ضلع × ضلع

$= 50\ mtr. \times 50\ mtr.$

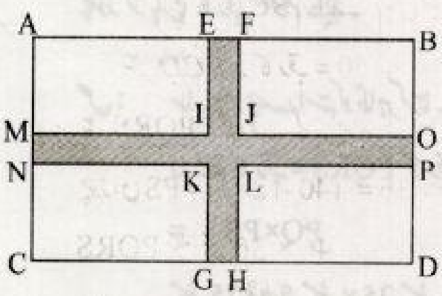
$= 2500\ mtr.^2$

راستے کا رقبہ = ABCD کا رقبہ − EFGH کا رقبہ

$= 3364\ mtr.^2 - 2500\ mtr.^2 = 864\ mtr.^2$

∵ 1 میٹر^2 سیمنٹ کرانے کا خرچ = 20 روپیہ

∴ 864 میٹر^2 سیمنٹ کرانے کا خرچ = 20 × 864 = 17280 روپیہ



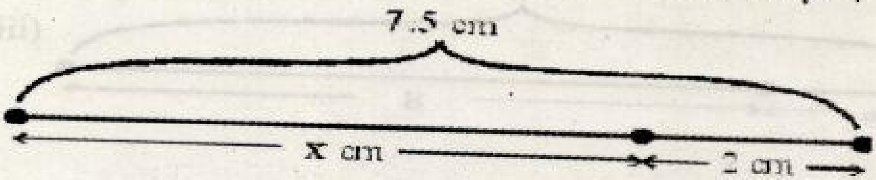
مثال: 24 100 میٹر لمبائی اور 50 میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما باغ کے بیچ سے ہو کر 5 میٹر چوڑائی کے دو راستے ایک دوسرے پر عمودی ایسے بنے ہوئے ہیں جو ضلعوں کے متوازی ہیں۔ راستوں کا رقبہ معلوم کیجئے اور 200 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے راستوں کو بنانے کا خرچ معلوم کیجئے۔

حل: سایہ دار حصہ راستے کو ظاہر کرتا ہے۔ لیکن مربع IJKL کے رقبہ کو دو بار لیا جاتا ہے، جسے گھٹانا ہوگا۔

مستطیل EFGH میں EF = 5 میٹر، EG = 50 میٹر

EFGH ^ کا رقبہ = EF × EF

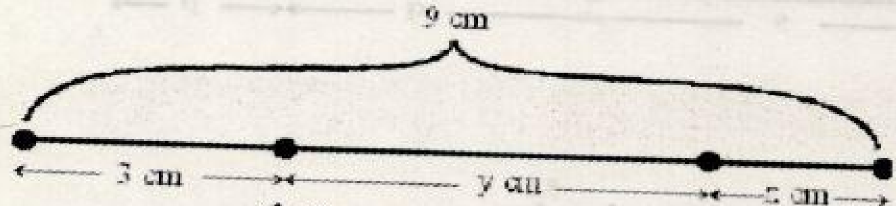
-3 صحیح متبادل پر صحیح کا نشان (✓) لگائیے۔



(i) دیئے گئے قطعہ خط کی لمبائی ذیل میں سے کیا ہوگی؟

(a) $x+2$ (b) $x-2$ (c) 7.5

(d) $x+7.5$ (e) $x-7.5$ (f) $7.5-x$



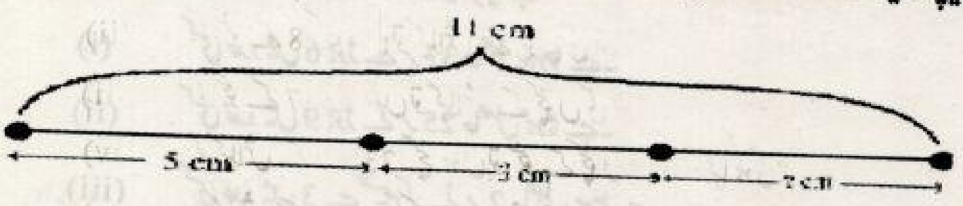
(ii) درج بالا تصویر کی بنیاد پر بتائیے کہ ذیل میں سے کون سا تعلق صحیح ہے۔

(a) $3+y-z=9$ (b) $3+y+z>9$

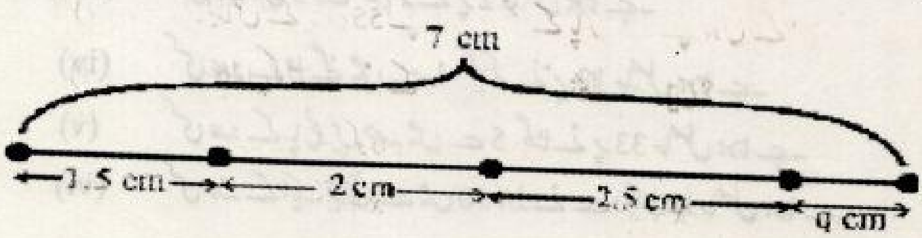
(c) $3+y+z<9$ (d) $3+y+z=9$

-4 نیچے دیئے گئے قطعہ خط کے لیے مناسب مساوات بنائیے:

(i)



(ii)



10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر = 1 ڈیسی میٹر

اسی طرح 10 میٹر = 1 ڈیکا میٹر 10 ڈیکا میٹر = 1 ہیکٹو میٹر

10 ہیکٹو میٹر = 1 کیلو میٹر

چونکہ 10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر، اس لیے (10 ملی میٹر)^2 = (1 سینٹی میٹر)^2 اور 100 ملی میٹر^2 = 1 سینٹی میٹر^2۔

کیا آپ اسی طرح کیلو میٹر^2 کو میٹر^2 میں بدل سکتے ہیں؟

100 مربع ملی میٹر = 1 مربع سینٹی میٹر

100 مربع سینٹی میٹر = 1 مربع ڈیسی میٹر

100 مربع ڈیسی میٹر = 1 مربع میٹر = 1000 مربع سینٹی میٹر

100 مربع میٹر = 1 مربع ڈیکا میٹر

100 مربع ڈیکا میٹر = 1 مربع ہیکٹو میٹر

100 مربع ہیکٹو میٹر = 1 مربع کیلو میٹر

میٹرک کے اصول میں قطعہ اراضی کے رقبہ کو ہیکٹیر میں ناپا جاتا ہے۔

اس لیے ہیکٹیر = $100 \times 100\,mt.^2 = 10{,}000\,mt.^2$

جب ہم رقبہ کی ایک اکائی کو چھوٹی اکائی میں بدلتے ہیں تو نتیجے کے طور پر اکائیوں میں ہندسوں کی تعداد زیادہ ہوگی۔ مثال کے طور پر:

$$1000\,cm.^2 = 1000 \times 1\,cm.^2 = 1000 \times 100\,mm.^2 = 100000\,mm.^2$$

لیکن جب ہم رقبہ کی ایک اکائی کو بڑی اکائی میں بدلتے ہیں تو بڑی اکائی میں ہندسوں کی تعداد کم ہوگی۔

جیسے: $1000\,cm.^2 = \frac{1000}{10000} mt^2. = \frac{1}{10} mt^2 = 0.1\,mt^2$

خود کر کے دیکھیے:

مندرجہ ذیل کو تبدیل کریں:

(i) 200 سینٹی میٹر^2 کو ملی میٹر^2 میں (ii) 4 ہیکٹیر کو میٹر^2 میں

(iii) 400 میٹر^2 کو سینٹی میٹر^2 میں

6- نیچے دیئے گئے مساواتوں کے سامنے دیئے گئے (x) کی قیمت(Value) سے مساوات تسلی بخش ہے یا نہیں، لکھیے :

		x کی قیمت	ہاں/نہیں
(i)	$x+2=7$	$x=5$	....
(ii)	$\frac{7x}{2}=21$	$x=8$	....
(iii)	$2x+3=19$	$x=4$	....
(iv)	$\frac{5x-2}{4}=2$	$x=2$	....

اپنے ساتھیوں سے بحث بھی کیجئے کہ x کی کس قیمت سے مساوات تسلی بخش ہوتا ہے۔

7- جدول میں دی گئی قیمت سے ذیل کے مساوات حل کیجئے اور بتایئے کہ کس قیمت کے لیے مساوات کے دونوں حصے برابر ہیں؟

$$x-2=3x-8$$

دایاں حصہ $3x-8$	بایاں حصہ $x-2$	x کی قیمت (Value)
		0
		1
		2
		3

$x=$............

8- مساوات کے سامنے دیئے گئے x کی مختلف قیمت مساوات میں لکھ کر جانچ کیجئے کہ صحیح حل کیا ہے اور اُس کو دائرہ سے گھیریئے:

(i) $3x-1=-4 \quad \Rightarrow \quad x=1, \quad 0, \quad -1, \quad 2$

(ii) $4x=-12 \quad \Rightarrow \quad x=3, \quad 2, \quad -3, \quad 1$

(iii) $\frac{3x-1}{2}=1 \quad \Rightarrow x=-1, \quad 5, \quad 4, \quad 1$

= 200.96 مربع سینٹی میٹر

اس لیے سایہ دار حصہ کا رقبہ = 452.16 − 200.96

= 251.20 مربع سینٹی میٹر

سوالنامہ: 15.4

1- دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے، جس کا نصف قطر مندرجہ ذیل ہیں۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجئے)

(i) 14 سینٹی میٹر (ii) 20 سینٹی میٹر

(iii) 2.8 سینٹی میٹر (iv) 35 سینٹی میٹر

2- دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے، جس کا محیط احسب ذیل ہے:

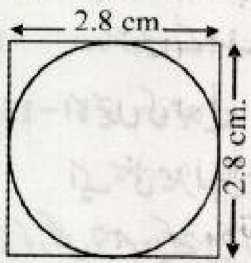
(i) 572 سینٹی میٹر (ii) 253 سینٹی میٹر (iii) 110 سینٹی میٹر

(iv) 132 سینٹی میٹر (v) 198 سینٹی میٹر

3- اگر ایک دائرہ نما میدان کا محیط 154 سینٹی میٹر ہو تو اس میدان کا نصف قطر معلوم کیجئے۔ میدان کا رقبہ بھی معلوم

کیجئے۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجئے)۔

4- ایک گائے 28 سینٹی میٹر مربع نما میدان کے مرکز میں ایک 14 سینٹی میٹر رسّی سے بندھی ہے تو بتائیے کہ گائے کتنے رقبہ تک کی گھاس چرے گی اور یہ بھی بتائیے کہ کتنے رقبہ کی گھاس نہیں چرے گی۔



5- ایک گول چھلّے کی باہری گولائی کا نصف قطر 14 میٹر ہے اور چھلّا کی داخلی نصف قطر 7 سینٹی میٹر ہے تو چھلّے کا رقبہ معلوم کیجئے۔

6- دی گئی شکل 15.25 میں دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

7- 88 میٹر لمبے ایک تار کو موڑ کر دائرہ نما شکل میں زمین پر رکھا گیا تو کتنے رقبہ کو تار گھیرے گا؟

آیئے دونوں حصوں میں 5 جوڑتے ہیں۔ کیا کوئی فرق پڑا؟

$$7-4+5=2+1+5$$

بایاں حصہ $7-4+5=3+5=8$

دایاں حصہ $2+1+5=8$

بغیر کسی شک و شبہ کے کوئی فرق نہیں آیا۔ چونکہ مساوات بھی ایک مماثلت ہی ہے اور اس کے الجبرائی فقرہ کسی نہ کسی عدد کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس لیے مساوات کا دونوں حصوں میں ہم یکساں عدد جوڑ یا گھٹا سکتے ہیں۔ اس سے نتیجہ متاثر نہیں ہوتا۔

(ii) کیا دونوں جانب ضرب کرنے سے فرق پڑے گا؟

$$(7-4)\times 2=(+1)\times 2$$

بایا حصہ $3\times 2=6$ ، دایاں حصہ $3\times 2=6$ ، ظاہر ہے کہ ضرب کرنے سے بھی فرق نہیں آتا، آپ تقسیم کر کے دیکھیں۔ اس لیے مساوات میں صفر کے علاوہ کوئی دیگر عدد سے ہم دونوں اطراف میں ضرب یا تقسیم کر سکتے ہیں۔ اس سے مساوات کے دونوں اطراف کی قیمت برابر ہی رہتی ہے۔

مان لیجیے ہم اصول کی پابندی نہیں کرتے اور مختلف عدد جوڑتے ہیں تب کیا ہوگا؟

$$7-4+3=2+1+5$$

بایاں حصہ= $7-4+3=3+3=6$ اور دایاں حصہ= $2+1+5=3+5=5$ جو کہ برابر نہیں ہے۔ اس لیے الگ الگ عدد نہیں جوڑ سکتے۔ کیا ہم ایک طرف جوڑ اور دوسری طرف گھٹا کر کر سکتے ہیں۔ جانچ کیجیے۔ اور اس طرح جس متغیر کی قیمت معلوم کرنا ہے اس کو برابر نشان کے ایک طرف کرتے ہیں۔

اب مندرجہ بالا قاعدے کا سہارا لے کر ہم انجو کے ذریعہ کیے گئے حل کو دیکھیں:

$$5x+4=29$$

مساوات کے دونوں حصوں میں سے ہم 4 گھٹاتے ہیں۔

اس طرح نیا بایاں حصہ= $5x+4-4=5x$

نیا دایاں حصہ= $29-4=25$

(کیوں کہ گھیرا کا ہر ایک قوس قطع برابر ہے)۔

دائرہ کا رقبہ $= n \times$ زاویہ قائمہ مثلث AOB کا رقبہ

$$= n \times \frac{1}{2} \times OA \times AB$$

$$= n \times \frac{1}{2} \times r \times \frac{2\pi r}{n} \quad \left(\because OA = r, AB = \frac{2\pi r}{n} \right)$$

اس لیے دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

پھر دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

$$\sqrt{\frac{\text{رقبہ}}{\pi}} = r$$

خود کر کے دیکھیے:

1- مختلف قطر کا دائرہ بنائیں اور گراف کاغذ کی مدد سے مربعوں کی تعداد کو گن کر رقبہ معلوم کیجئے اور دائرہ کے فارمولے سے رقبہ معلوم کر دونوں جوابات کا موازنہ کیجئے۔

2- کاغذ کی ایک دائرہ نما چکتی لیجئے۔ برابر قطعہ قطر میں موڑ کر کاٹیں پھر اس قطعہ قطر کو ایک مستطیل کی شکل میں مرتب کر دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

مثال: 17 7 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $\pi = \frac{22}{7}$

حل: قطر = 7 سینٹی میٹر   دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times (7)^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$=$ 154 مربع سینٹی میٹر یا cm^2

مثال: 18 20 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ (جب کہ $\pi = 3.14$)

حل: قطر = 20 سینٹی میٹر

دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2 = 3.14 \times (20)^2$

$= 3.14 \times 400$

$=$ 1256.00 مربع سینٹی میٹر

مثال: 19 ایک دائرہ نما میدان کی قطر 14 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل: قطر $d = 14$ میٹر

-2 $x+5=8$

اگر ہمیں x کی قیمت پتا کرنا ہے تو کیا کریں گے؟

ہم اتنا ہی عدد دونوں حصوں میں جوڑیں گے/ گھٹائیں گے کہ صرف متغیر عدد ہی باقی رہے۔

$x+5-5=8-5$ اس لیے $x+0=3$ اس لیے $x=$ ....

نیچے دیے مساوات کو حل کیجیے:

(i) $x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ (ii) $x-8=2$

(iii) $x-1=5$ (iv) $x+3=-5$

-3

لیکن اگر مساوات اس طرح ہو تو

$$\frac{x}{3}=6$$

(i) آپ بتائیے، صرف متغیر عدد بچانے کے لیے کیا کریں گے؟

....

(ii) مساوات کو حل کرنے پر x کی قیمت کیا ہوگی؟

....

ہمیں متغیر عدد چاہیے تو دونوں حصوں میں 3 سے ضرب کر دیں گے۔

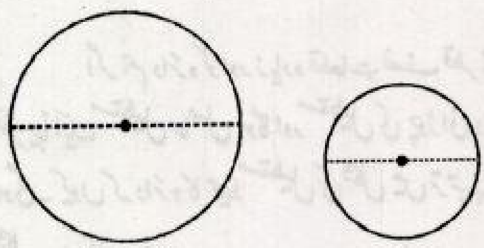
S.S.A. 2014-15 (Free)

12- راہل کے پاس ایک دائرہ نما شکل کی تار ہے، جس کا نصف قطر 7 سینٹی میٹر ہے۔ اس سے 11 سینٹی میٹر ضلع والا مربع بنائے جا سکتا ہے۔ اپنے جواب کو ثابت کیجیے۔

13- 21 میٹر کے نصف قطر والے دائرہ نما میدان کے باہر 1980 میٹر کی لمبی دوڑ پوری کرنے کے لیے کتنی چکر لگانے کی ضرورت پڑے گی؟

15.7- دائرہ کا رقبہ (Area of Circle)

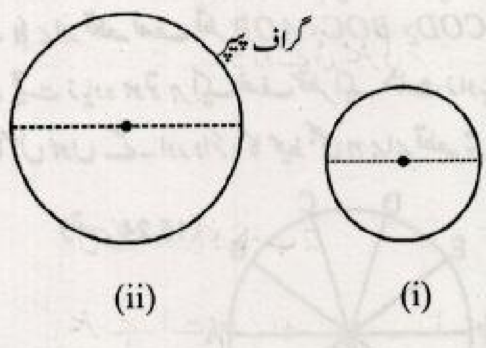
دو کمرے کی فرش کی شکل گول نما ہے۔ ایک کمرے کی فرش کی قطر 14 میٹر ہے۔ فرش پر دری بچھانا ہے۔ جیسا کہ ذیل کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔



(تصویر: 15.21)

تو بتائیے کہ کس فرش میں بڑی دری کی ضرورت ہوگی۔ ظاہر ہے دوسرے فرش میں زیادہ بڑی دری لگے گی۔ کیوں کہ فرش-2 زیادہ جگہ گھیرتا ہے یا اس کا رقبہ زیادہ ہے۔ تو آیئے اب دائرہ کے رقبہ پر بحث کریں۔

شکل 15.22 پر شفاف گراف پیپر ذیل میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق رکھیں۔ اب اس شکل کے اندر کے مربعوں کو گن کر اس کا رقبہ معلوم کریں۔ اس قاعدے سے مربع کا رقبہ ایک قیاس رقبہ ہی حاصل ہوتا ہے۔ کیوں کہ دائرہ کے کنارے سیدھے نہیں ہیں۔ اس لیے صحیح رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقے پر بحث کرتے ہیں۔



(تصویر: 15.22)

ایک کاغذ کا دائرہ نما چکتی لیتے ہیں۔ اس چکتی کو دو برابر حصوں میں موڑتے ہیں۔ نصف حصہ کو رنگ دیتے ہیں۔ پھر اسے 12 ٹکڑوں میں تصویر کے مطابق کاٹ لیتے ہیں۔ اب ہر ایک قطعہ نما نصف قطر(sector) کو مندرجہ بالا تصویر کی تیسری ترتیب کے مطابق رکھتے ہیں، جو سرسری نظر میں ایک متوازی الاضلاع کو ظاہر کرتا ہے۔

(الف) مساوات کو حل کیجیے:

(i) $3a+4=10$ (ii) $\frac{5x-10}{4}=20$

(iii) $\frac{3x-8}{2}=2$

-6 دائیں جانب لکھے مساوات کا ایک مرحلہ حل کر بائیں جانب لکھا گیا ہے۔ لیکن وہ اوپر نیچے ہو گئے ہیں۔ آپ صحیح جوڑے لگائیے:

(i) $3x+5=-5$ $x=\left(\frac{-7}{5}\right)\times\frac{1}{5}$

(ii) $5x-7=2$ $x=\frac{9}{3}$

(iii) $\frac{x}{5}=2$ $5x=2+7$

(iv) $3x=9$ $x+1=3\times 5$

(v) $3=9x$ $x-3=\frac{9}{3}$

(vi) $5x=\frac{-7}{5}$ $3x=-5-5$

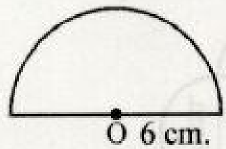
(vii) $3(x-3)=9$ $y^2=(-6)\left(\frac{4}{3}\right)$

(viii) $\frac{3}{x}=7$ $3=7\times x$

(ix) $\frac{3y^2}{4}=-6$ $\frac{3}{9}=x$

(x) $\frac{x+1}{5}=3$ $x=2\times 5$

مثال: 15 6 سینٹی میٹر نصف قطر والے نصف دائرے کا احاطہ معلوم کیجیے۔



حل: ∵ نصف دائرے کا احاطہ = $\frac{2\pi r}{2}+2r$

$= \frac{3\times22\times6}{2\times7}+2\times6 = \frac{132}{7}+12$ سینٹی میٹر

$= 18.857 + 12 = 30.857$ cm.

مثال: 16 ایک مالی اپنے 35 میٹر چوڑائی والے ایک دائرہ نما باغ کو گھیرنا چاہتا ہے۔ وہ رسّی سے دو گھیرا لگانا چاہتا ہے۔اس کے لیے وہ کتنی لمبی رسّی خریدے گا۔ اگر رسّی 5 روپیہ میٹر کی شرح سے بیچی جاتی ہو تو خریدے گئے کل رسّی کی قیمت کیا ہوگی؟ معلوم کیجیے۔

حل: یہاں باغ کی قطر = 35 میٹر

چونکہ محیط = πd $= \frac{22}{7}\times35 = 110$ میٹر

∴ 1 گھیرے میں رسّی کی لمبائی = 110 میٹر

∴ 2 گھیرے میں رسّی کی لمبائی 2×110 میٹر = 220 میٹر

∵ 1 میٹر رسّی کی قیمت 5 روپے ہے۔

∴ 220 میٹر رسّی کی قیمت = $5\times220 = 1100$ روپیہ

سوالنامہ: 15.3

1- مندرجہ ذیل نصف قطر والے دائروں کا محیط معلوم کیجیے۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجیے)

(i) 56 ملی میٹر (ii) 7 سینٹی میٹر (iii) 21 سینٹی میٹر (iv) 28 ملی میٹر

2- درج ذیل محیط والے دائروں کا نصف قطر معلوم کیجیے:

(i) 154 میٹر (ii) 308 سینٹی میٹر (iii) 352 سینٹی میٹر (iv) 220 میٹر

$3p = 60$

$\frac{3p}{3} = \frac{60}{3}$ (دونوں طرف 3 سے تقسیم کرنے پر)

یا $p = 20$ (یہ مساوات کا حل ہے)۔

(d) $2y + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = \frac{37}{2} - \frac{5}{2}$

یا $2y = 16$

یا $\frac{2y}{2} = \frac{32}{2} = 16$ (دونوں حصوں میں 2 سے تقسیم دینے پر)

یا $y = 8$ (یہ مساوات کا حل ہے)۔

(e) $4 = 5(p-2)$

یا $5(p-2) = 4$ (دونوں حصوں کو باہم بدلنے پر)

یا $p = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5}$

یا $\frac{5(p-2)}{5} = \frac{4}{5}$ (دونوں حصوں میں 5 سے تقسیم دینے پر)

یا $p - 2 = \frac{4}{5}$ (دونوں حصوں میں 2 جوڑنے پر)

یا $p - 2 + 2 = \frac{4}{5} + 2$

یا $p = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5}$

یا $\quad C = \pi \times 2r$ $\quad$ (چونکہ $d = 2r$، جہاں r = نصف قطر ہے۔

یا $\quad C = 2\pi r$ $\quad$ یعنی دائرہ کا محیط = $2\pi r$

اصل فارمولے سے نکالے گئے فارمولے

(i) $C = \pi d$ $\quad$ (ii) $d = \dfrac{C}{\pi}$ $\quad$ (iii) $d = 2r$

(iv) $\therefore r = \dfrac{d}{2}$ $\quad$ (v) $C = 2\pi r$ $\quad$ (vi) $\therefore r = \dfrac{C}{2\pi}$

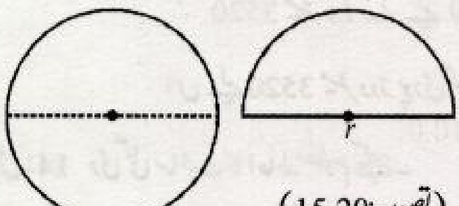
خود کر کے دیکھیے:

مختلف ساخت کی چوڑی ایک دائرہ نما پلیٹ، بوتل کا ڈھکن اور ایک روپیہ کا سکہ لیجیے اور اس کے محیط (گھیرا) اور قطر کو ناپیے اور ان کا متعلقہ تناسب نکالیے۔

آیئے دائرے کو دو برابر حصوں میں بانٹ کر دیکھیں۔ ہر ایک حصہ ایک نصف دائرہ کہلاتا ہے۔ جیسے:

نصف دائرہ کا احاطہ = $\dfrac{2\pi r}{2} + 2r$ تصویر سے ظاہر ہے۔

یا نصف دائرے کا احاطہ $\dfrac{\pi d}{2} + d$



(تصویر:15.20)

خود کر کے دیکھیے:

نمبر شمار	نصف قطر (Radius)	قطر (Diameter)	محیط $\pi = \dfrac{22}{7}$
1	4 سینٹی میٹر	16 میٹر	
2			
3	21 سینٹی میٹر		
4			308 سینٹی میٹر
5		84 سینٹی میٹر	

یا $4-3=\frac{8m}{5}+3-3$ (دونوں حصوں میں 3 گھٹانے پر)

یا $1=\frac{8m}{5}$

یا $1\times 5=\frac{8m}{5}\times 5$ (دونوں حصوں میں 5 سے ضرب کرنے پر)

یا $5=8m$

یا $\frac{5}{8}=\frac{8m}{8}$ (دونوں حصوں میں 8 سے تقسیم کرنے پر)

یا $\frac{5}{8}=m$

یا $m=\frac{5}{8}$ (حصوں کو باہم بدلنے پر)

دیئے گئے مساوات کا حل ہے۔

دوسرا قاعدہ: $\frac{2}{5}(m+10)=2m+3$

یا $\frac{2}{5}m+4=2m+3$ (بایاں حصے میں قوسین ہٹانے پر)

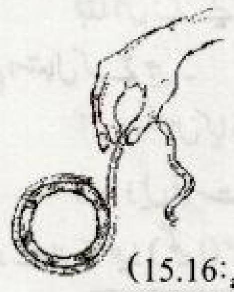
یا $\frac{2^{m}}{5}+4=2m+3$ (یکساں رکن (m) کو ایک حصے میں کرنے، $2m$ کا حصہ بدلنے پر یا دونوں طرف 2m گھٹانا)

یا $\frac{2}{5}m-2m+4=3$

یا $\frac{2^{m}}{5}-2m=3-4$ (4 کا حصہ بدلنے پر یا دونوں طرف 4 گھٹانے پر)

$\frac{2m-10m}{5}=-1$

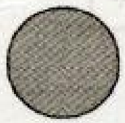
15.6 - دائرہ (Circle)



(تصویر:15.16)

نیشا اپنی چوڑی پر چمکیلی پنّی لگانا چاہتی ہے۔ اسے پتا کرنا ہے کہ پنّی کی لمبائی کیا ہے؟ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ چوڑی کا محیط کیا ہوگا؟

آپ ایک پیمانے (رولر) کی مدد سے ٹیڑھی سطح کو نہیں ناپ سکتے، کیوں کہ یہ ساخت سیدھی نہیں ہے۔ آپ کیا کریں گے؟



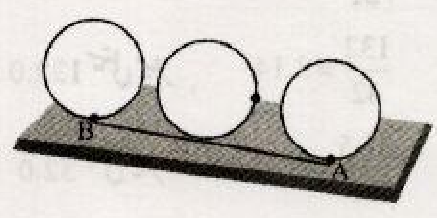
(تصویر:15.17)

خاکہ 15.16 میں دیئے گئے ساخت کے ضروری کنارے کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے کارڈ کے کنارے پر ایک نقطہ لگایئے اور اسے ایک ٹیبل پر رکھئے۔ نقطہ کی حالت کو ٹیبل پر بھی درج کیجئے۔ (خاکہ:15.17)

(تصویر:15.17)

اب دائرہ نما کارڈ کو ایک سہل خط کی سمت میں ٹیبل پر تب تک گھمایئے۔

جب تک درج نقطہ ٹیبل کو دوبارہ مُس نہ کر جائے۔ اس دوری کو خط کے ساتھ ناپئے۔ یہ ضروری کنارے کی لمبائی ہے۔ یہ کارڈ کے درج کیے گئے نقطہ سے کارڈ کے کنارے کنارے واپس اُسی نقطہ تک کی دوری ہے۔ آپ ایک دھاگے کو دائرہ نما چیز کے چاروں طرف کنارے کنارے رکھ کر بھی دوری معلوم کر سکتے ہیں۔



(تصویر:15.18)

ایک دائرہ نما حلقہ کی چاروں طرف کی دوری اس کا محیط(Circumference) (گھیرا) کہلاتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے:

ایک بوتل کا ڈھکن، ایک چوڑی یا کوئی دوسری دائرہ نما چیز لیجئے اور اس کا محیط (گھیرا) معلوم کیجئے۔

اب کیا آپ اس قاعدہ سے ایک دوڑ مقابلہ کرنے والے کے ذریعہ ایک دائرہ نما سڑک پر طے کی گئی دوری معلوم کر سکتے ہیں؟

ابھی بھی سڑک کی چاروں طرف کی دوری معلوم کرنا یا دوسری کسی دائرہ نما چیز کو دھاگے سے ناپنا بہت ہی مشکل ہوگا۔ اس کے علاوہ یہ ناپ صحیح بھی نہیں ہوگی۔

اس لیے $x = 3 \times (64 - x)$

یا $x = 192 - 3x$

یا $x + 3x = 192$ (3x کا حصہ بدلنے پر)

یا $4x = 192$

$x = \frac{192}{4}$ (4x میں 4 گنا ہے، اس لیے حصہ بدلنے پر وہ مقسوم علیہ کی شکل میں آجائے گا۔ حقیقت میں یہ عمل دونوں طرف 4 سے تقسیم کرنے کے برابر ہے۔

یا $x = 48$

بڑا حصہ $x = 48$

چھوٹا حصہ $64 - x = 64 - 48 = 16$

مطلوبہ حصہ 48 روپیہ اور 16 روپیہ ہے۔

مثال: 4 باپ، بیٹا اور بیٹی کے عمر کا جوڑ 120 ہے۔ باپ کی عمر بیٹا اور بیٹی کی عمر کے جوڑ کے برابر ہے اور بیٹی کی عمر بیٹے کی عمر کا نصف ہے تو تینوں کی عمر الگ الگ معلوم کیجئے۔

حل: مانا کہ بیٹے کی عمر x سال ہے۔

بیٹی کی عمر $= \frac{x}{2}$ (بیٹے کی عمر کی آدھی)

∴ بیٹا اور بیٹی کی عمر کا جوڑ $= x + \frac{x}{2}$

سوال سے

باپ کی عمر $= x + \frac{x}{2}$

تینوں کی عمر کا جوڑ

یا $\frac{x}{2} + x + x + \frac{x}{2} = 120$

یا $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 2x = 120$

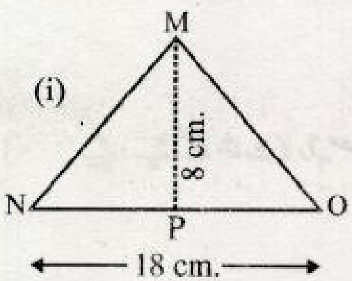
4- متوازی الاضلاع $PQRS$ کے دو اضلاع کی لمبائی 20 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر ہے۔ قاعدہ PQ کی متعلقہ اونچائی 6 سینٹی میٹر ہے تو QR کی متعلقہ اونچائی معلوم کیجئے۔

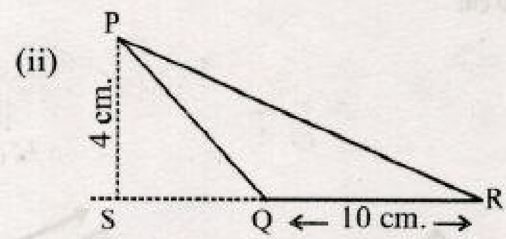
5- ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے، جس کا قاعدہ 16 سینٹی میٹر اور اونچائی 12 سینٹی میٹر ہے۔

6- خالی جگہوں کو بھریئے:

مثلث	قاعدہ	اونچائی	رقبہ
(i)	50 سینٹی میٹر	30 سینٹی میٹر	
(ii)	40 سینٹی میٹر	60 سینٹی میٹر	
(iii)	80 سینٹی میٹر		1200 مربع سینٹی میٹر
(iv)		20 سینٹی میٹر	300 مربع سینٹی میٹر

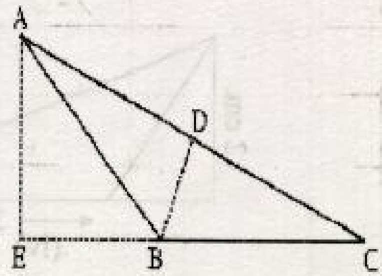
7- ذیل کی خاکوں کا رقبہ معلوم کیجئے:





8- کسی مثلث کا رقبہ 45 مربع سینٹی میٹر ہے اور قاعدہ سے عمودی راس کی اونچائی 9 سینٹی میٹر ہے تو قاعدہ کی لمبائی بتایئے۔

9- ABC میں $BC = 20$ سینٹی میٹر، $AE = 14$ سینٹی میٹر اور $AC = 28$ سینٹی میٹر تو BD معلوم کیجئے۔



یا $\frac{20x-19x}{20} = 20,000$

یا $\frac{x}{20} = 20,000$

یا روپیہ $20,000 \times 20 = 4,00,000$

اس لیے کل رقم =40,00,000 روپیہ

سوالنامہ : 11.3

درج ذیل مساوات کا حل کیجئے اور حاصل شدہ حل کی جانچ کریں۔

1- $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = -2$ 2- $\frac{3x+2}{3} = \frac{17}{6}$ 3- $x-4 = 4(129-x)$

4- $\frac{x+19}{5} = 8$ 5- $\frac{x}{2} + 6 = \frac{x}{3} + \frac{2x}{7}$ 6- $\frac{2y-1}{3} = \frac{y+2}{2}$

7- $10 = 4 + 3(x+2)$ 8- $4x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + x$ 9- $3(x+1) - 2(x+1) = 10$

10- $5(5x+2) = 40$ 11- $\frac{x+19}{5} = 8$ 12- $\frac{5x}{2} - 7 = \frac{11}{2}$

13- تین لگاتار اعداد صحیح کا جوڑ 21 ہے تو تینوں اعداد صحیح معلوم کیجئے۔

14- تین لگاتار آنے والے طاق اعداد کا جوڑ 39 ہے تو وہ عدد معلوم کیجئے۔

15- کسی تساوی الساقین کا راس زاویہ راس $50°$ کا ہو تو مثلث کے باقی دونوں زاویوں کی ناپ بتایئے۔

16- کسی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت 3:2 ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 90 میٹر ہے تو اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

17- سلمٰی کی عمر اس کے باپ کی عمر کی ایک تہائی سے 5 سال کم ہے۔ اگر سلمٰی کی عمر 20 سال ہے تو اس کے باپ کی عمر معلوم کیجئے۔

18- وِکرم نے 8 کرسی اور 2 میز خریدنے میں کل 2900 روپیہ خرچ کیا۔ اگر 1 میز کی قیمت 450 روپیہ ہے تو 1 کرسی کی قیمت معلوم کیجئے۔

19- .... $20°$ ہے تو دونوں زاویہ معلوم کیجئے۔

پھر رقبہ = 60 سینٹی میٹر^2، قاعدہ = $PQ = 15$ سینٹی میٹر، UR = ؟

متوازی الاضلاع $PQRS$ کا رقبہ = $PQ \times UR$

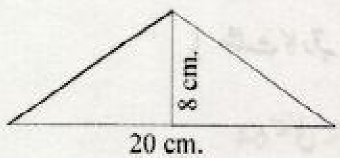
60 سینٹی میٹر^2 = 10 سینٹی میٹر UR

$UR = \dfrac{60\,cm.^2}{10\,cm.} = 6$ سینٹی میٹر

اس لیے متوازی الاضلاع $PQRS$ میں PQ کی متعلقہ اونچائی 6 سینٹی میٹر

مثال: 9 ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے، جس کی قاعدہ 20 سینٹی میٹر اور اونچائی 8 سینٹی میٹر ہے۔

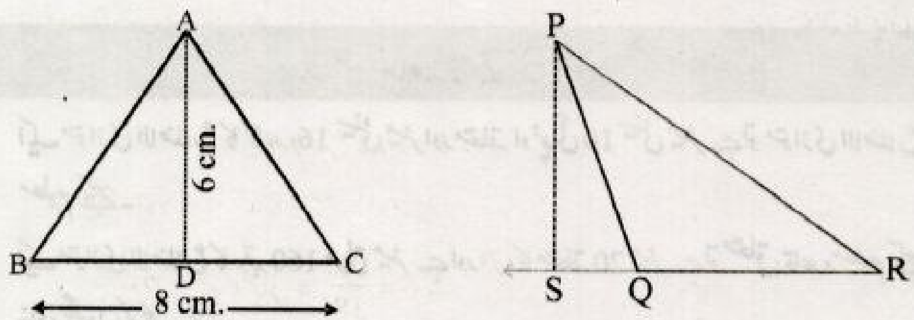
حل: مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × اونچائی



= $\frac{1}{2}$ × 20 سینٹی میٹر × 8 سینٹی میٹر

= 80 مربع سینٹی میٹر یا 80 سینٹی میٹر^2

خود کیجیے: ذیل کی شکل کا رقبہ معلوم کیجیے:



مثال: 10 کسی مثلث کا رقبہ 48 مربع سینٹی میٹر ہے اور اس کے راس عمود کی اونچائی 8 سینٹی میٹر ہے تو قاعدہ کی لمبائی بتائیے۔

حل: رقبہ = 48 مربع سینٹی میٹر = 48 سینٹی میٹر^2 اور اونچائی = 8 سینٹی میٹر

اس لیے 48 سینٹی میٹر^2 = $\frac{1}{2}$ × بنیاد × 8

S.S.A. 2014-15 (Free)

باب : 12

قابل پیمائش اعداد (Rational Numbers)

12.1: تمہید

ہم نے طبعی عدد، مکمل عدد اور کسر اعداد کے بارے میں پڑھا ہے۔ کسر اعداد میں ہم لوگوں نے صرف مثبت شکل پر ہی غور وفکر کیا۔ کسر کے بارے میں ہم جانتے ہیں کہ کی $\frac{\text{شمار کنندہ}}{\text{نسب نما}}$ شکل میں لکھے اعداد کو کسر عدد کہتے ہیں، جس میں شمار کنندہ صفر یا کوئی بھی مثبت عدد صحیح ہوسکتا ہے۔ لیکن ہمیشہ مثبت عدد صحیح ہی ہوتا ہے۔ اس باب میں ہم ایسے اعداد کے بارے میں بھی پڑھیں گے جن کا شمارہ کنندہ و نسب نما منفی عدد صحیح بھی ہوسکتا ہے۔ اس باب میں ہم عدد کے ضابطوں کو زیادہ وسیع طور پر سمجھیں گے، جس میں ہم مثبت و منفی کسروں کے مجموعوں اور ان کے آپس میں اعمال سیکھیں گے۔

12.2- قابل پیمائش عدد

ہم نے عدد صحیح میں دیکھا ہے کہ کسی اشیا کی قیمت میں 50 روپیہ اضافہ کو 50+ سے ظاہر کیا جائے تو 50 روپیہ کی کمی کو 50- سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح کسی جگہ سے دائیں جانب کی دوری 10 کیلو میٹر کو 10+ سے تو بائیں جانب کی دوری 10 کیلو میٹر 10- سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

اس طرح کی بہت ساری صورتیں کسری اعداد میں بھی ہوتی ہیں۔ جیسے ہم سمندری سطح سے اوپر 800 میٹر کی اونچائی کو کیلو میٹر میں ظاہر کرنے پر $\frac{800}{1000}$ کیلو میٹر = $\frac{4}{5}$ کیلو میٹر ہوتا ہے، جسے $\frac{4}{5}$ کیلو میٹر سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ کیا ہم سمندر کے نیچے کی زمین سے نیچے 800 میٹر کی دوری کو کیو میٹر میں ظاہر کر سکتے ہیں؟ کیا ہم سمندر کے نیچے کی زمین سے نیچے $\frac{4}{5}$ کیلو میٹر کی گہرائی کو $\frac{-4}{5}$ سے ظاہر کر سکتے ہیں؟ اس لیے ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{-4}{5}$ نہ تو ایک عدد صحیح ہے اور نہ ہی ایک کسر۔ ایسے اعداد کو شامل کرنے کے لیے ہمیں عددی ضابطے کو وسیع کرنے کی ضرورت ہے۔ تو آیئے ہم ایک نئے قسم کے عدد پر غور وفکر کرتے ہیں۔ جسے قابل پیمائش عدد کہتے ہیں۔

ہر ایک مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوازی الاضلاع کا رقبہ)

= $\frac{1}{2}$ (بنیاد × اونچائی)   کیوں کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ = بنیاد × اونچائی

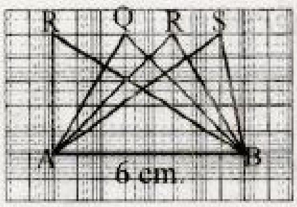
= $\frac{1}{2}$ $(b\times h)$ (یا $\frac{1}{2}b\times h$ مختصر میں)

خود کر کے دیکھیے:

1- اوپر دیئے گئے لائحہ عمل کو الگ الگ طرح کے مثلث لے کر کیجیے۔

2- الگ الگ طرح کے متوازی الاضلاع لیجیے۔ ہر ایک متوازی الاضلاع کا دو مثلثوں میں ایک تیر کی طرح کاٹیے۔ کیا یہ متماثل مثلث ہے۔

شکل 15.14 میں سبھی مثلث، بنیاد 6 = AB سینٹی میٹر پر واقع ہے۔



(تصویر 15.14)

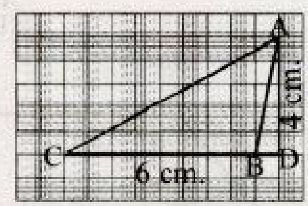
بنیاد AB پر ہر ایک مثلث کی متعلقہ اونچائی کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ سبھی مثلثوں کے رقبہ برابر ہیں؟ ہاں۔ کیا مثلث متماثل ہیں؟ نہیں۔

ہم نتیجہ نکالتے ہیں کہ سبھی متماثل مثلثوں کا رقبہ برابر ہوتا ہے۔ لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ وہ مثلث جن کا رقبہ برابر ہوتا ہے وہ متماثل ہیں۔

بنیاد 6 سینٹی میٹر والے ایک زاویہ منفرجہ مثلث ABC پر غور کرتے ہیں۔ (شکل:15.15)

اس کی اونچائی AD راس A سے CB پر عمود ہیں جو مثلث کے بیرونی حصہ میں واقع ہے۔ کیا آپ اس مثلث کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟



(تصویر 15.14)

اس لیے کسی بھی مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × بنیاد × اونچائی ہوتی ہے۔

کیا 0 ایک قابل پیمائش عدد ہے؟

ہاں کیوں کہ اسے $\frac{0}{1}$ کی شکل میں لکھ سکتے ہیں۔

12.3- مساوی قابل پیمائش عدد

ایک قابل پیمائش عدد کو الگ الگ شمار کنندوں اور نسب نماؤں کا استعمال کرتے ہوئے لکھا جا سکتا ہے۔

قابل پیمائش عدد $\frac{-5}{8}$ پر غور کریں۔

$\frac{10}{16}=\frac{-5\times2}{8\times2}=\frac{-5}{8}$ ، ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{-5}{8}$ وہی ہے جو $\frac{-10}{16}$ ہے۔

ساتھ ہی $\frac{-15}{24}=\frac{-5\times3}{8\times3}=\frac{-5}{8}$ ، اس لیے $\frac{-5}{8}$ وہی ہے، جو $\frac{-15}{24}$ ہے۔

پھر $\frac{20}{-32}=\frac{-5\times4}{8\times-4}=\frac{-5}{8}$ ، اس لیے $\frac{-5}{8}$ وہی ہے جو $\frac{20}{-32}$ ہے۔

اس طرح $\frac{20}{-32}=\frac{-15}{24}=\frac{-10}{16}=\frac{-5}{8}$ ہے۔

یعنی ایسی قابل پیمائش اعداد جو باہم برابر ہوں ایک دوسرے کے مساوی (Equivalent) قابل پیمائش اعداد کہے جاتے ہیں۔

نوٹ: کسی قابل پیمائش عدد کا مساوی کسر حاصل کرنے کے لیے قابل پیمائش عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما میں یکساں عدد سے ضرب یا تقسیم کرتے ہیں۔ جیسا کہ اوپر بتایا گیا ہے۔

کیا $\frac{5}{-7}=\frac{-5}{7}$ ہے؟ چونکہ $\frac{5}{-7}=\frac{5\times-1}{-7\times-1}=\frac{-5}{7}$ یا $\frac{5}{-7}=\frac{5\div-1}{-7\div-1}=\frac{-5}{7}$

اس لیے $\frac{5}{-7}$ اور $\frac{-5}{7}$ دونوں ایک دوسرے کے برابر ہے۔ یعنی $\frac{5}{-7}=\frac{-5}{7}$ ہوگا۔

ہم $\frac{5}{-7}$ کو $-\frac{5}{7}, \frac{-5}{7}$ کو $-\frac{5}{7}$ وغیرہ لکھتے ہیں۔

حاصل کر سکتے ہیں؟ آپ ایک مستطیل حاصل کرتے ہیں۔

کیا متوازی الاضلاع کا رقبہ بنائے گئے مستطیل کے رقبہ کے برابر ہیں۔

ہاں، متوازی الاضلاع کا رقبہ = بنائے گئے مستطیل کا رقبہ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی کیا ہے؟

ہم نے دیکھا کہ بنائے گئے مستطیل کی لمبائی، متوازی الاضلاع کی ساخت کی لمبائی کے برابر ہے۔ اور مستطیل کی چوڑائی، متوازی الاضلاع کی اونچائی کے برابر ہے۔ [شکل(iii)]

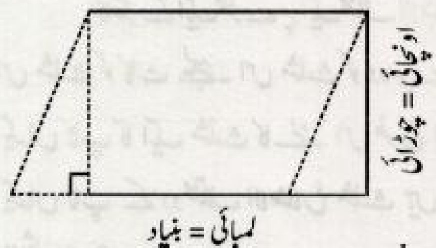
اب متوازی الاضلاع کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ

= لمبائی × چوڑائی

= $l \times b$

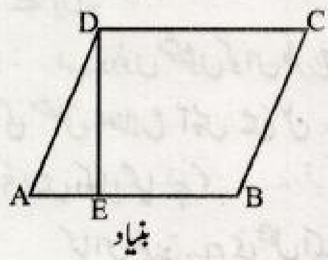
لیکن مستطیل کی لمبائی l اور چوڑائی b بالترتیب متوازی الاضلاع کی بنیاد b اور اونچائی h ہی ہے۔

اس طرح، متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × اونچائی = $b \times h$ ہی ہے۔



(تصویر:15.11)

متوازی الاضلاع کی کسی بھی ضلع کو قاعدہ لے سکتے ہیں۔ اس ضلع پر مخالف راس سے ڈالا گیا عمود اس کی اونچائی کہلاتی ہے۔ متوازی الاضلاع $ABCD$ میں DE، AB پر عمود ہے۔ یہاں AB قاعدہ اور DE متوازی الاضلاع کی اونچائی ہے۔



اس متوازی الاضلاع $ABCD$ میں BF مخالف ضلع AD پر ڈالا گیا عمود ہے۔ یہاں AD قاعدہ اور BF اونچائی ہے۔

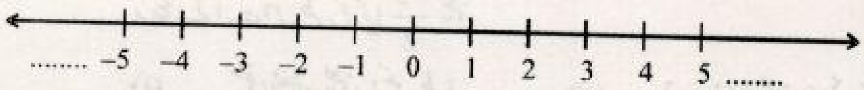
بنیاد

خود کر کے دیکھیے:

قابل پیمائش عدد	منفی قابل پیمائش عدد	مثبت قابل پیمائش	نہ مثبت نہ منفی
$\frac{45}{18}$			
$\frac{-40}{27}$			
$\frac{-28}{-17}$			
$\frac{56}{-19}$			
$\frac{0}{5}$			
0			

12.4- قابل پیمائش اعداد کا عدد خطی پر ظاہر کرنا

آیئے عدد خطی کو دیکھیں:



عددی خط میں صفر کی دائیں جانب مثبت عدد صحیح ہے، جنھیں + نشان کے ساتھ لکھتے ہیں۔ اور صفر کے بائیں جانب منفی عدد صحیح ہے، جنھیں - نشان کے ساتھ لکھتے ہیں۔ عددی خط پر ہم لوگوں نے پچھلی جماعت میں کسروں کی شکل کو دیکھا ہے۔

آیئے اب ہم لوگ عدد خطی پر قابل پیمائش عدد کو ظاہر کریں:

ایک قابل پیمائش عدد $\frac{-2}{3}$ کو عدد خطی پر ظاہر کریں۔ چونکہ $\frac{-2}{3}$ منفی قابل پیمائش عدد ہے۔ اس لیے اس کی جگہ '0' (صفر) کی بائیں جانب ہوگا۔ $\frac{-2}{3}$ عدد خطی کے '0' اور 1- کے بیچ ہوگا۔

مستطیل	لمبائی	چوڑائی	احاطہ	رقبہ
(a)	5 سینٹی میٹر	2 سینٹی میٹر	14 سینٹی میٹر	10 مربع سینٹی میٹر
(b)				
(c)				
(d)				

(ii) جس مستطیل کا رقبہ سب سے کم ہے، اس کے دونوں ضلع کی ناپ کیا ہے؟

(iii) جس مستطیل کا رقبہ سے زیادہ ہے، اس کے دونوں ضلع کی ناپ کیا ہے؟

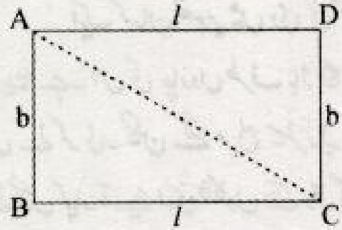
....

....

15.3- مثلث کا رقبہ (Area of Triangle)

ایک مستطیل نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے۔ اسے وتر کے متوازی ایسا کاٹئے کہ دو مثلث حاصل ہو۔ (شکل A)

اب ایک کو دوسرے پر رکھئے۔ کیا یہ دونوں ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے؟



(تصویر:15.7)

ہم دیکھتے ہیں کہ ہاں دونوں ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے۔ اس لیے دونوں متماثل ہیں۔ (شکل:15.7)

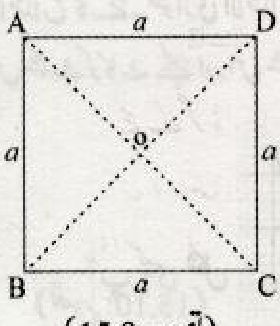
اس لیے ہر ایک کا رقبہ آپس میں برابر ہوگا۔

ABC ◻ کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

ABC ◻ کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ مستطیل $ABCD$ کا رقبہ۔

$= \frac{1}{2}(l \times b)$ (اگر l= بنیاد، b= اونچائی ہو)

اس لیے مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ بنیاد $\times$ اونچائی	



(تصویر:15.8)

اسی طرح کوئی مربع لے کر اسے مثلثوں میں بانٹئے اور ہر ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔ a ضلع کا $ABCD$ ایک مربع نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجئے۔ اسے تیر کی طرح موڑ کر کاٹ لیجئے۔ پھر مثلثوں کو ایک دوسرے پر رکھئے۔ کیا یہ مثلث

S.S.A. 2014-15 (Free)

12.5- قابل پیمائش عدد کا موازنہ

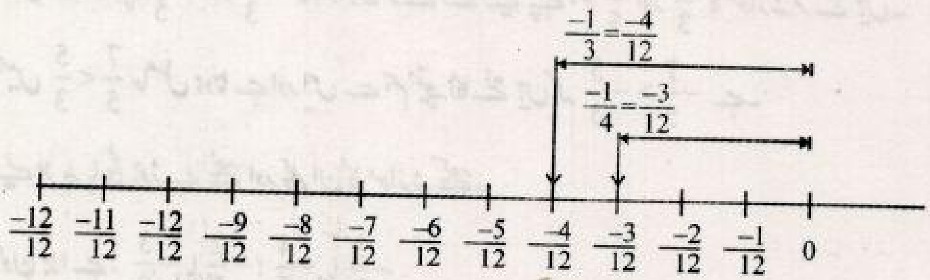
ہم نے دیکھا ہے کہ دو اعداد صحیح یا دو کسروں کا موازنہ کیسے کیا جاتا ہے اور یہ بھی ان میں کون بڑا اور کون چھوٹا ہے۔ آیئے اب ہم لوگ دو قابل پیمائش اعداد کے موازنہ پر غور کریں۔

$\frac{5}{4}$ اور $\frac{6}{11}$ جیسی دو مثبت قابل پیمائش اعداد کا موازنہ ٹھیک اُسی طرح کیا جا سکتا ہے جیسا کہ ہم کسروں کی صورت کے لیے پہلے ہی کر چکے ہیں۔

آیئے دو منفی قابل پیمائش اعداد کا موازنہ عددی خط پر دیکھیں۔

ہم لوگوں نے اعداد صحیح کے موازنہ کے ضمن میں دیکھا ہے کہ عددی خط پر دائیں طرف کے عدد صحیح بائیں طرف کی عدد صحیح سے بڑا ہوتا ہے۔ اسی طرح $\frac{-1}{4}$ اور $\frac{-1}{3}$ کو عددی خط پر ظاہر کر کے پہچان کیا جا سکتا ہے۔ دونوں کے ایسے مساوی قابل پیمائش عدد لیجیے جن کے شمار کنندہ یکساں ہوں۔ جیسے:

پھر $-\frac{1}{4}=\frac{1\times3}{4\times3}=-\frac{3}{12}$ اور $-\frac{-1}{3}=\frac{1\times4}{3\times4}=-\frac{4}{12}$



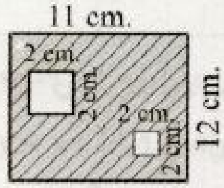
چونکہ $-\frac{1}{4}$، $-\frac{1}{3}$ سے عدد خطی پر دائیں طرف ہے۔ اس لیے $\frac{-1}{4}$، $-\frac{1}{3}$ سے چھوٹا ہوگا۔

8، 5 سے بڑا ہے۔ لیکن 8-، 5- سے چھوٹا ہے۔

اسی طرح اگر $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ ہے، لیکن $\frac{-1}{3} < \frac{-1}{6}$

ہم کسروں کے اپنے مطالعہ سے یہ جانتے ہیں کہ $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ ہے۔ ساتھ ہی عدد خطی سے ہم نے $\frac{-1}{4}$ اور

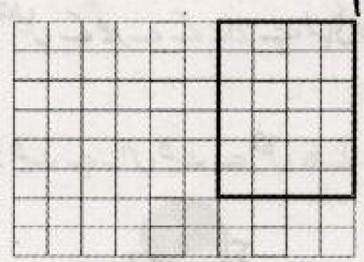
(c)



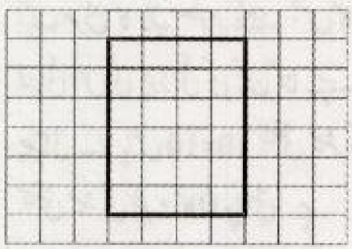
(ii) کسی ایک شکل کے لیے یہ بھی بتائیے کہ سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے آپ نے کیا کیا؟

5- جماعت میں استاد نے طلبہ کو ایک عمل کرنے کو کہا۔ طلبہ کو 10 سینٹی میٹر لمبے اور 8 سینٹی میٹر چوڑے گتے میں سے 6 سینٹی میٹر لمبا 4 سینٹی میٹر چوڑا کاٹنا تھا۔ رمیش، نازیہ، ٹینا اور ابراہیم نے اسے نیچے دیئے گئے خاکے کے مطابق الگ الگ طریقے سے کاٹا۔

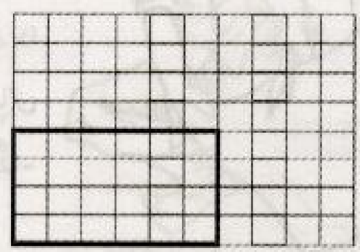
رمیش



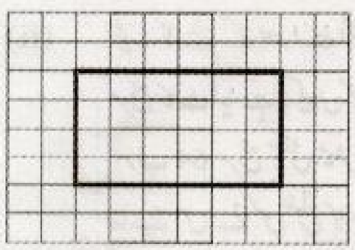
نازیہ



ٹینا



ابراہیم



(i) چاروں طلبہ کے بچے ہوئے حصے کے رقبہ کی گنتی کیجئے:

رمیش .... نازیہ ....

ٹینا .... ابراہیم ....

آپ نے کیا پایا؟

مثال: 2 $\frac{-5}{6}$ اور $\frac{-4}{5}$ کا موازنہ کیجیے۔

حل: $\frac{5}{6}$ اور $\frac{4}{5}$ میں

6 اور 5 کا مشترک ذو اضاف اقل = $6 \times 5 = 30$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$$

$25 > 24$ کیوں کہ $\Rightarrow \frac{25}{30} > \frac{24}{30}$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{4}{5}$$

طریقہ کار:

⇐ ہر ایک قابل پیمائش عدد کے نسب نما کا مشترک ذو اضاف اقل نکالتے ہیں۔

⇐ دونوں کے نسب نما کو مشترک ذو اضاف اقل کے برابر کرتے ہیں۔

⇐ اس طرح مشترک نسب نما والا کسر حاصل ہو جاتا ہے۔

⇐ پھر دونوں قابل پیمائش اعداد کا موازنہ کر چھوٹا یا بڑا کسر معلوم کرتے ہیں۔

اب $\frac{-5}{6}$ اور $\frac{-4}{5}$ کے لیے عدم مساوات کی علامت کو الٹا کر دیتے ہیں۔

$$\therefore \frac{-5}{6} < \frac{-4}{5}$$

ایک مثبت قابل پیمائش عدد منفی قابل پیمائش عدد سے بڑا ہوتا ہے۔ جیسے: $\frac{5}{4} < \frac{-8}{3}$

$\frac{-4}{-5}$ اور $\frac{-7}{-8}$ کے موازنہ کے لیے پہلے انھیں معیاری شکل میں تبدیل کریں اور پھر ان کا موازنہ کریں۔

دو قابل پیمائش اعداد کے موازنہ کے لیے تیسرے قاعدے پر غور کریں۔

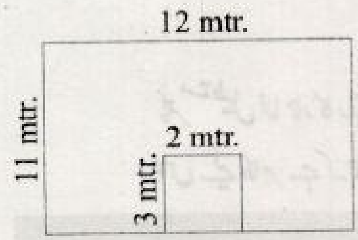
مثال: 3 $-\frac{5}{4}$ اور $-\frac{2}{3}$ کا موازنہ کریں۔

حل: $-\frac{5}{4}$ اور $-\frac{2}{3}$ کا کراس ضرب کرتے ہیں۔

اب مستطیل نما شیٹ کا احاطہ = (لمبائی + چوڑائی) × 2

=2 (40 + 10)= سینٹی میٹر = 2 × 50 سینٹی میٹر = 100 سینٹی میٹر

مثال 3: 12 میٹر × 11 میٹر ناپ کی ایک دیوار میں 3 میٹر × 2 میٹر ناپ والے ایک دروازے کا ایک چوکھٹ لگایا گیا ہے۔ اگر دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ 2.50 روپیہ مربع میٹر ہو تو پوری دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ معلوم کیجئے۔



(خاکہ: 15.5)

حل: دیوار پر پینٹ، دروازے کے رقبہ کو چھوڑ کر ہوگا۔

دروازے کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 3 میٹر × 2 میٹر = 6 مربع میٹر

دروازہ سمیت دیوار کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 12 میٹر × 11 میٹر

= 132 میٹر

دروازے کو چھوڑے کر، دیوار کا رقبہ = $132m^2 - 6m^2 = 126$ میٹر^2

دیوار پر پینٹ کرانے کا کل خرچ = 126 میٹر^2 × 2.50 = 315 روپیہ (جواب)

مثال 4: ایک مستطیل کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے برابر ہے۔ اگر مستطیل کا رقبہ 100 مربع میٹر ہو تو مربع کا ضلع معلوم کیجئے۔

حل: مربع کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ = 100 مربع سینٹی میٹر

∵ مربع کا رقبہ = ضلع^2

100 میٹر^2 = ضلع^2

∴ ضلع = $\sqrt{100}$ میٹر^2 = 10 میٹر

مثال 5: ایک تار 20 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کی ساخت کا ہے۔ اگر تار کو دوبارہ موڑ کر ایک 24 سینٹی میٹر لمبائی والا ایک مستطیل بنایا جاتا ہے تو اس کی چوڑائی معلوم کیجئے اور یہ بھی بتایئے کہ کس کا رقبہ زیادہ ہوگا۔

حل: مربع کا ایک ضلع 20 سینٹی میٹر اور رقبہ = 20 × 20 = 400 مربع سینٹی میٹر

∵ تار کی لمبائی = مربع کا احاطہ = 4 × ضلع = 20 × 4 = 80 سینٹی میٹر

مثال: 5 مان لیا کہ $\frac{-3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے بیچ کا قابل پیائش عدد معلوم کرنا ہے۔ ہمیں پتا ہے کہ $\frac{-3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے بیچ میں کم سے کم 9 قابل پیائش اعداد تو ہیں ہی $\frac{-2}{10},\frac{-1}{10},\frac{0}{10},\frac{1}{10},\frac{2}{10},\frac{3}{10},\frac{4}{10},\frac{5}{10},\frac{6}{10}$ کیونکہ

3- اور 7 کے بیچ 9 عدد صحیح ہے۔ لیکن کیا $\frac{-3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے بیچ اور بھی قابل پیائش اعداد ہیں؟

دیکھتے ہیں، جیسے: $\frac{-3}{10}=\frac{7\times5}{10\times5}=\frac{-15}{50}$ اسی طرح $\frac{7}{10}=\frac{7\times5}{10\times5}=\frac{35}{50}$

اب $\frac{-15}{50}$ اور $\frac{35}{50}$ کے بیچ کے قابل پیائش اعداد ہیں: $\frac{-14}{50}<\frac{-13}{50}<\frac{-12}{50}<\ldots\ldots<\frac{34}{50}$

اب اور زیادہ اعداد معلوم کرنے کے لیے ہم $\frac{-3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کو $\frac{100}{100}$ سے ضرب کر مزید قابل پیائش اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے: $-\frac{4}{5}$ اور $-\frac{3}{5}$ قابل پیائش اعداد کے بیچ میں 7 قابل پیائش اعداد معلوم کیجیے۔

مثال: 6 $\frac{2}{5}$ اور $\frac{5}{6}$ کے بیچ کے قابل پیائش اعداد لکھیے۔

حل: پہلے ان کے نسب نما برابر کرتے ہیں $\frac{2}{5}=\frac{2\times6}{5\times6}=\frac{12}{30}$؛ $\frac{5}{6}=\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$

اس لیے ان کے بیچ کے قابل پیائش اعداد لکھی جا سکتے ہیں۔

$$\frac{13}{30}<\frac{14}{30}<\frac{15}{30}<\frac{16}{30}<\ldots\ldots<\frac{24}{30}$$

شمار کنندہ کے فرق کو اور زیادہ بڑھا کر ان کے بیچ میں مزید قابل پیائش اعداد لکھے جا سکتے ہیں۔

معلوم کرنا ہوگا۔

خود کر کے دیکھیے:

نیچے دیئے گئے سوالوں کو حل کرنے کے لیے آپ کو رقبہ یا احاطہ میں سے کس کی ضرورت ہوگی:

1- تختۂ سیاہ کتنی جگہ گھیرتا ہے؟

2- ایک مستطیل نما آم کے باغیچے کی چاروں جانب باڑ لگانے کے لیے ضروری تار کی لمبائی کیا ہے؟

3- ایک مثلث نما باغ کی چاروں جانب دو بار چکر لگانے پر آپ کتنی دوری طے کریں گے؟

4- ایک مستطیل نما سویمنگ پل کو ڈھکنے کے لیے آپ کو کتنی پلاسٹک شٹ کی ضرورت ہوگی؟

کیا آپ جانتے ہیں؟

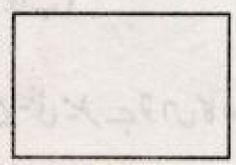
متساوی الاضلاع کا احاطہ = ضلعوں کی تعداد × ایک ضلع کی لمبائی

مربع کا احاطہ = 4× ضلع

مستطیل کا احاطہ = 2 (l + B) یا 2 (لمبائی + چوڑائی)

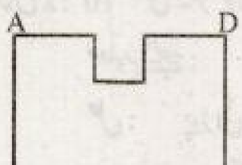
مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

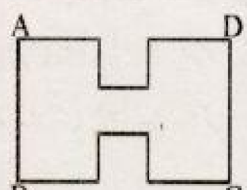


(تصویر: 15.2)

تانیہ کو ایک کالج (College) پورا کرنے کے لیے ایک 4 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کی ضرورت تھی۔ اس کے پاس 28 سینٹی میٹر لمبائی اور 21 سینٹی میٹر چوڑائی والی ایک مستطیل نما شیٹ تھی (خاکہ: 15.2)۔ اس نے اس مستطیل نما شیٹ میں سے ایک 4 سینٹی میٹر ضلع والے ایک مربع کو کاٹا۔ اس کی سہیلی نے شیٹ کے باقی حصوں کو دیکھا (خاکہ: 15.3) اور تانیہ سے پوچھا، کیا شیٹ کا احاطہ اب بڑھ گیا ہے یا کم ہوگیا ہے؟ کیا ضلع کی کل لمبائی، مربع کے کاٹنے کے بعد بڑھ گئی ہے؟ کیا رقبہ بڑھ گیا ہے یا کم ہوگیا ہے؟ تانیہ مخالف ضلع میں سے ایک اور مربع



(تصویر: 15.3)



(تصویر: 15.4)

حل : وسطی $= \dfrac{4}{8} = \dfrac{1+3}{4\times 2} = \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}{2}$ چونکہ اوسط $\dfrac{4}{8}$ دونوں اعداد $\dfrac{1}{4}$ اور $\dfrac{3}{4}$ کے بیچ ہوگا۔

دوسرے قابل پیمائش اعداد $\dfrac{1}{4}$ ، $\dfrac{4}{8}$ کا اوسط $= \dfrac{6}{16} = \dfrac{2+4}{8\times 2} = \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{4}{8}}{2}$

تیسرے قابل پیمائش اعداد $\dfrac{4}{8}$ اور $\dfrac{6}{16}$ کا اوسط $= \dfrac{14}{32} = \dfrac{8+6}{16\times 2} = \dfrac{\frac{4}{8}+\frac{6}{16}}{2}$

اسی طرح دوسرے قابل پیمائش اعداد نکالے جا سکتے ہیں۔ اب نکالے گئے پہلے قابل پیمائش اعداد کو دیئے گئے دوسرے قابل اعداد پیمائش اعداد کے ساتھ اسی طرح کا عمل کر کے لامتناہی قابل پیمائش اعداد نکالے جا سکتے ہیں۔

$$\frac{\frac{3}{4}+\frac{4}{8}}{2} = \frac{6+4}{8\times 2} = \frac{10}{16}; \qquad \frac{\frac{4}{8}+\frac{10}{16}}{2} = \frac{8+10}{16\times 2} = \frac{18}{32}; \qquad \frac{\frac{10}{16}+\frac{18}{32}}{2} = \frac{20+18}{32\times 2} = \frac{38}{64}$$

اسی طرح دوسرے قابل پیمائش اعداد نکالے جا سکتے ہیں۔ مانا کہ a اور b دو قابل پیمائش اعداد ہیں تو ان کے بیچ کے قابل پیمائش اعداد $= \dfrac{ak+b}{k+1}$ ؛ جہاں k = طبعی اعداد

خود کر کے دیکھئے:

درج ذیل کے بیچ کے 6 قابل پیمائش اعداد اوسط کی ترکیب سے معلوم کیجئے۔

(i) $\dfrac{1}{2}$ اور $\dfrac{3}{4}$ (ii) $\dfrac{-1}{4}$ اور $\dfrac{3}{8}$

سوالنامہ: 12.1

-1 درج ذیل قابل پیمائش اعداد کے بیچ 4 قابل پیمائش اعداد لکھئے:

(i) -3 اور -1 (ii) -2 اور 0 (iii) -1 اور 0

(iv) $\dfrac{-4}{5}$ اور $\dfrac{2}{5}$ (v) $\dfrac{-4}{5}$ اور $\dfrac{-5}{7}$ (vi) $\dfrac{-1}{2}$ اور $\dfrac{2}{3}$

3- اگر کسی ہیئت کی دو یا دو سے زاید خطی تشاکل ہوں تو کیا یہ ضروری ہے کہ اس میں ترتیب ایک سے زاید کی گردشی تشاکل ہوگا؟

4- ایسے مثلثوں کے نام بتایئے جس میں خطی تشاکل اور ترتیب 2 سے زاید کی گردشی تشاکل دونوں ہوں۔

5- کسی ہیئت کو اس کے مطابق °60 کے زاویہ پر گھمانے پر وہ اس کی ابتدائی حالت جیسی دکھائی پڑتی ہے۔ اور کن کن زاویوں کے لیے ایسی حالت بنے گی؟

ہم نے سیکھا

1- متشاکل شکلوں کے ٹھیک بیچ کھینچی گئی خط کے مطابق موڑنے یا کاٹنے پر حاصل دونوں حصے ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتے ہیں۔ کھینچا گیا خط محور تشاکل کہلاتی ہے۔

2- آئینہ کے عکس سے بھی خطی تشاکل حاصل ہوتی ہے۔ جس میں آئینہ کا کنارا محور تشاکل کا کام بخوبی انجام دیتا ہے۔ آئینہ کے عکس میں اُفقی بدلاؤ یا دائیں بائیں سامنوں کا بھی دھیان رکھنا ہوتا ہے۔

3- اگر گردش کے بعد اُسی حالت کے مطابق پہلے جیسی ہی دکھائی دیتی ہے تو ہم کہتے ہیں کہ اس میں گردشی تشاکل ہے۔ جس نقطہ کے مطابق گردش کرتی ہے وہ گردش کا مرکز کہلاتا ہے۔ جس زاویہ پر چیزیں گردش کرتی ہیں، اسے گردش کا زاویہ کہتے ہیں۔ پورے چکر کا مطلب °360 کی گردش، نصف چکر کا مطلب °180 کی گردش، ایک چوتھائی کا مطلب °90 کی گردش ہے۔

4- گردش جب گھڑی کی سوئی کے چلنے کی سمت میں ہوں تو داہنی طرف گھومتا ہے۔

5- ایک پورے چکر میں ایک چیز جتنی بار چلنے کی صورت حال کے مطابق پہلے جیسی ہی دکھائی دیتی ہے۔ وہ عدد اس گردشی تشاکل کی ترتیب کہلاتی ہے۔ ایک مربع کی گردشی تشاکل کی ترتیب 4 ہیں اور ایک مثلث متساوی الاضلاع کی گردشی تشاکل کی ترتیب 3 ہے۔

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-5}{4}$ (iv) $-2, 0, \frac{-2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{-7}{11}$

-10 مندرجہ ذیل کو گھٹتی ترتیب میں لکھیے:

(i) $\frac{15}{28}, \frac{-17}{28}, \frac{-1}{28}, \frac{5}{28}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-5}{6}, \frac{4}{-3}$

(iii) $\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-5}{-6}$ (iv) $\frac{-5}{6}, \frac{-8}{9}, \frac{-11}{12}, \frac{1}{6}$

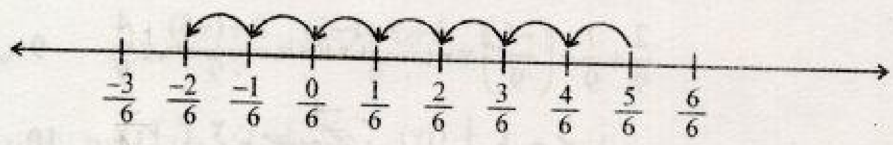
12.8- قابل پیمائش اعداد پر اعمال

آپ جانتے ہیں کہ اعداد صحیح اور کسروں کو کس طرح جوڑا، گھٹایا، ضرب اور تقسیم کیا جاتا ہے۔ آیئے ان بنیادی اعمال کو قابل پیمائش اعداد کے لیے سمجھیں۔

12.8.1- قابل پیمائش اعداد کا جوڑ

آیئے ہم قابل پیمائش اعداد $\frac{5}{6}$ اور $\frac{-7}{6}$ کا حاصل جمع عدد خطی سے حاصل کریں۔

ہم $\frac{5}{6}+\frac{-7}{6}$ معلوم کریں۔



دو روایتی نقطوں کے بیچ کی دوری $\frac{1}{6}$ ہے۔ اس لیے $\frac{5}{6}$ میں $\frac{-7}{6}$ جوڑنے کا مطلب ہے کہ $\frac{5}{6}$ کی بائیں جانب 7 قدم چلیں۔ ہم کہاں پہنچتے ہیں؟ ہم $\frac{-2}{6}$ پر پہنچتے ہیں۔

اس لیے $\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{6}\right)=\frac{-2}{6}$ ہے۔

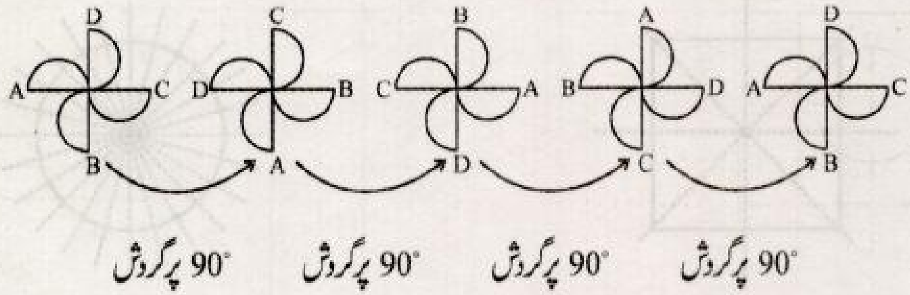
آیئے، اسے دوسرے طریقے سے کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{6}\right)=\frac{5+(-7)}{6}=\frac{-2}{6}$$

S.S.A. 2014-15 (FREE)

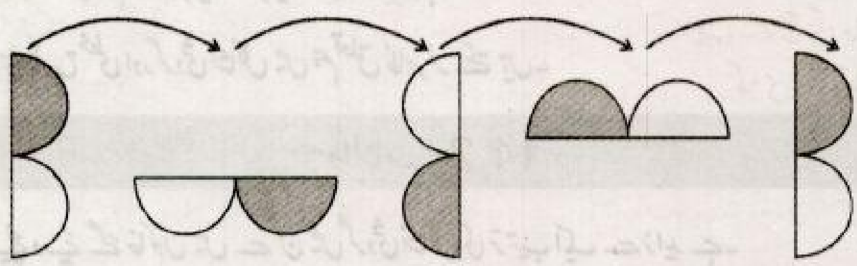
چکری کی گردش :

چکری کو دیکھو۔ چکری اپنے ایک گردش میں چار بار اپنے ابتدائی حالت میں آتی ہے اور ہر ایک 90° پر وہ اپنی پہلی والی حالت میں آتی ہے۔ اس لیے چکری کا زاویہ گردش 90° ہے۔

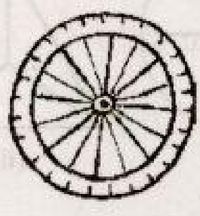


خود کیجیے :

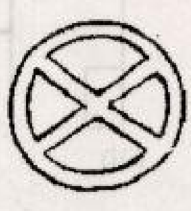
B کی گردش کی سمت، گردشی زاویہ، اور گردشی ترتیب بتایئے :



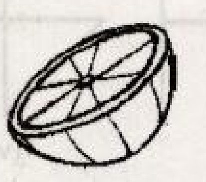
پھلوں کی قاشیں، ٹریفک کے قاعدے، اور پہیہ وغیرہ میں بھی گردشی تشاکل دیکھئے۔



پہیہ



سڑک کی علامت



پھل کی قاش

سب سے پہلے مشترک ذو اضعاف اقل نکالتے ہیں۔ سبھی عدد میں نسب نما کو ذو اضعاف اقل کے برابر کرتے ہیں۔

$\frac{5}{8}\times\frac{2}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{4}+\frac{-7}{16}$ $\quad \frac{10}{16}+\frac{12}{16}+\frac{-7}{16}$ $\quad \frac{10+12-7}{16}=\frac{22-7}{16}$

انھیں دیکھیے:

$$\frac{-3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{-3+3}{4}=\frac{0}{4}=0$$

ساتھ ہی $\frac{3}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{3+(-3)}{4}=\frac{0}{4}=0$

$$\Rightarrow \quad \frac{-3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)$$

خود کر کے دیکھیے:

عدد خطی پر دکھائیں:

(i) $\frac{-1}{2}+\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{5}{4}+\frac{-3}{4}$

اس لیے قابل پیائش اعداد میں بھی جمعی معکوس کی خصوصیت ہوتی ہے۔ ان میں $\frac{-3}{4}$ جمعی معکوس $\frac{3}{4}$ ہیں

اور $\frac{3}{4}$ کا جمعی معکوس $\frac{-3}{4}$ ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:

$\frac{4}{6}$	$\frac{-8}{16}$	$\frac{-5}{20}$	قابل پیائش اعداد
			جمعی معکوس **Addition inverse**

12.8.2- قابل پیائش اعداد کی تفریق (گھٹاؤ)

ہم کسروں اور مکمل اعداد کی تفریق کے بارے میں تذکرہ کر چکے ہیں۔ یہاں قابل پیائش اعداد کی تفریق کا ذکر کریں گے۔

آیئے ہم درج ذیل عدد صحیح کے گھٹاؤ پر غور کریں:

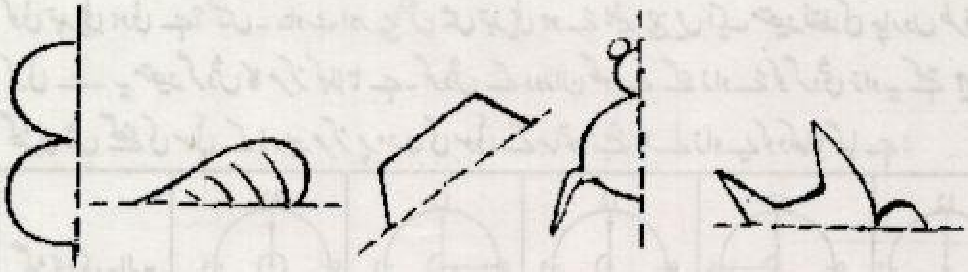
$$5-3=5+(-3)=2$$

$$5-(-3)=5+(3)$$

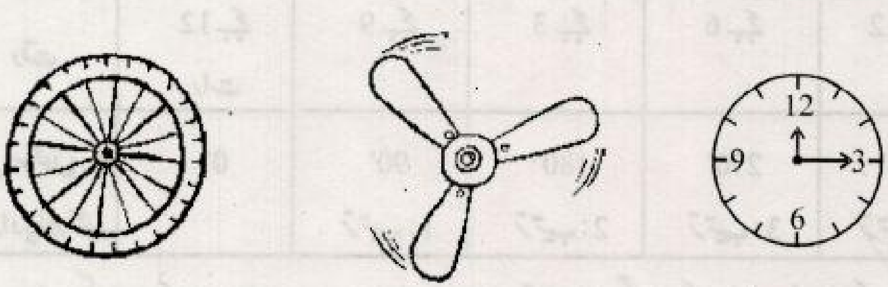
اس لیے ظاہر ہے کہ کسی عدد صحیح کو گھٹانے کا مطلب اس کے جمعی معکوس کو جوڑنا ہے۔

S.S.A. 2014-15 (FREE)

3- نیچے دیئے گئے ادھورے خاکوں کو خط تشاکل کی مدد سے پورا کیجیے:



14.3- گردش تشاکل



(تصویر :14.4)

گھڑی کی سوئیاں، سائیکل کا پہیہ اور چھت سے لگے پنکھے وغیرہ کو آپ تب حرکت پذیر کہتے ہیں جب وہ گھومتے ہیں۔ کچھ چیزوں میں یہ گردش دونوں طرف ہوتی ہے، جب کہ گھڑی کی سوئیوں میں یہ صرف ایک سمت میں ہوتی ہے۔ گھڑی کی سوئیاں جس سمت میں گھومتی ہیں وہ گھڑی کی سمت(Clock wise) میں گردش کہلاتا ہے۔ باقی گردشوں کو گھڑی کے مخالف(Anti Clock wise) گردش کہتے ہیں۔ سائیکل کا پہیہ دونوں سمت گردش کرتا ہے۔

خود کیجیے:

1- گھڑی کی سمت میں گردش کی تین مثال دیجیے۔

....

2- گھڑی کی مخالف سمت میں گردش کی تین مثال دیجیے۔

....

مثال: 12 $\frac{-5}{4}$ میں سے $\frac{-3}{8}$ کو گھٹائیے :

حل: 4، 8 کا مشترک ذو اضعاف اقل = 8

اب ہر ایک عدد کے نسب نما کو مشترک ذو اضعاف اقل (8) کے برابر کرتے ہیں۔

(∵ قابل پیائش عدد کے نسب نما کو برابر کرنے کے بعد ہی جوڑا / گھٹایا جاتا ہے)۔

$$\therefore \frac{-5}{4} = \frac{-5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{10}{8}; \quad \frac{-3}{8} = \frac{-3 \times 1}{8 \times 1} = \frac{-3}{8}$$

$$\frac{-5}{4} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-10}{8} - \left(\frac{-3}{8}\right) \qquad = \frac{-10}{8} + \frac{3}{8}$$ (∵ $\frac{-3}{8}$ کا جمعی معکوس $\frac{3}{8}$ ہے)

$$= \frac{-10+3}{8} = \frac{-7}{8}$$ جواب

مثال: 13 $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

حل: $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

$$= \frac{-2}{9} + \frac{5}{18} + \frac{7}{6}$$ (∵ گھٹاؤ کے نشان کے بعد والے رقم کے برعکس جوڑے لکھ کر عمل کیا جاتا ہے)۔

9، 18، 6 کا مشترک ذو اضعاف اقل = 18 کسروں کو مشترک نسب نما میں کرتے ہیں۔

$$= \frac{2 \times 2}{9 \times 2} + \frac{5 \times 1}{18 \times 1} + \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{-4}{18} + \frac{5}{18} + \frac{21}{18}$$

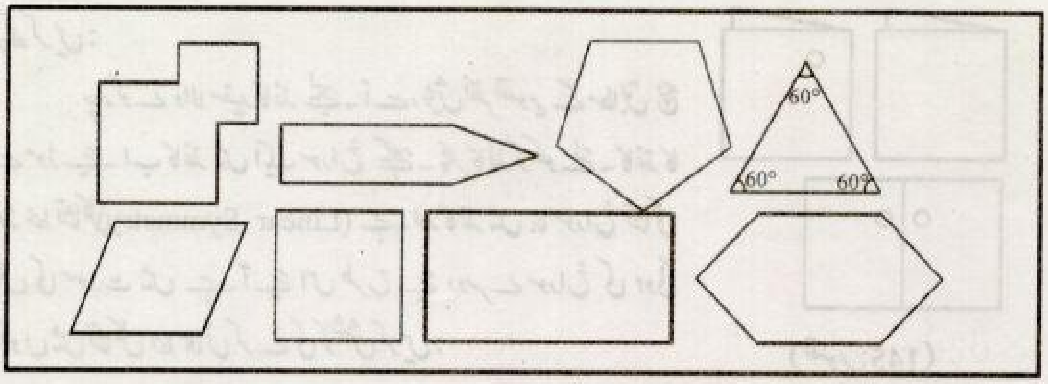
$$= \frac{-4+5+21}{18} + \frac{-4+26}{18} = \frac{22}{18} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$ Ans.

> **خود کر کے دیکھیے :**
>
> (i) $\frac{9}{7} - \left(\frac{-5}{14}\right)$ (ii) $\frac{5}{18} - \left(\frac{-7}{24}\right)$

12.8.3- قابل پیائش اعداد کا ضرب (Multiplication of Rational numbers)

ہم نے باب 2 میں کسر اعداد کا ضرب سیکھا تھا۔

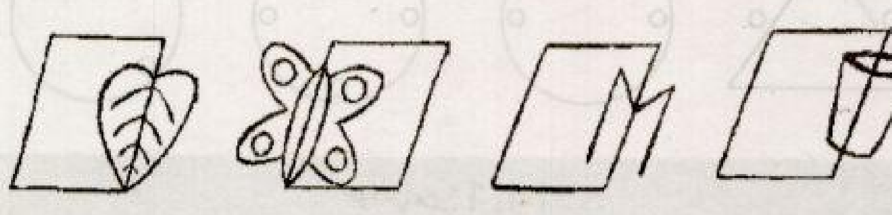
آیئے قابل پیائش عدد $\frac{-5}{7}$ اور 2 کے حاصل ضرب یعنی $\left(\frac{-5}{7} \times 2\right)$ پر غور کریں۔



(تصویر:14.2)

14.2- منعکس تشاکل

ایک ہموار آئینہ لیجئے اور اس کے سامنے مختلف اشیا کو باری باری سے رکھئے۔ آپ پائیں گے کہ اشیا کا عکس آئینہ میں بن رہا ہے۔ کچھ بننے والے عکس کا اعادہ تصویر:14.3 میں کیجئے:



(تصویر:14.3)

تصویر میں آدھا حصہ آئینہ کے سامنے ہے اور آدھا آئینہ میں دونوں کے ملنے سے شکل کی ساخت پوری ہوتی ہے۔ یہ منعکس تشاکل ہے۔ آئینہ کے عکس میں آدھا حصہ ہے اور آئینہ کا کنارا خط تشاکل (Line of Symmetary) کی صورت میں ہے۔ اس طرح خطی تشاکل کہ تصور کا آئینہ منعکس تشاکل سے بہت ہی نزدیک کا رشتہ ہے۔ آئینہ کا کنارا ہمیں ایک خط تشاکل معلوم کرنے میں مدد کرتا ہے۔

(تصویر:14.4)

تصویر: 14.4 میں R اور P کا آئینہ پر عکس دکھایا گیا ہے۔ یہاں بناوٹ کے آئینہ کے عکس میں اُفقی بدلاؤ ہے۔ دائیں بائیں تبدیلی ہو جاتی ہے۔

طریقۂ کار:

1- قابل پیائش کے اعداد کے شمار کنندہ کا ضرب کرتے ہیں۔

2- قابل پیائش کے نسب نما کا ضرب کرتے ہیں۔

3- $\text{مطلوبہ حاصل ضرب} = \dfrac{\text{شمار کنندہ کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نما کا حاصل ضرب}}$

خود کر کے دیکھئے:

مندرجہ ذیل کا حاصل ضرب معلوم کریں:

(i) $\frac{-11}{7} \times 4$ (ii) $\frac{-4}{5} \times \frac{-8}{11}$

12.8.4- قابل پیائش اعداد کا تقسیم

ہم نے کسر اعداد کے ضربی معکوس (Reciprocal) کے بارے میں دیکھا ہے $\frac{5}{4}$ کا ضربی معکوس کیا ہے؟ یہ $\frac{4}{5}$ ہے۔ یہ ایسا سمجھا جاتا ہے کہ قابل پیائش اعداد کے ضربی معکوس بھی رائج ہیں۔ اس طرح $\frac{-5}{4}$ کا ضربی معکوس $\frac{4}{5}$ یا $\frac{-4}{5}$ ہوگا اور $\frac{-8}{9}$ کا ضربی معکوس $\frac{-9}{8}$ یا $\frac{9}{-8}$ ہوگا اور $\frac{-8}{9}$ کا ضربی معکوس $\frac{-9}{8}$ یا $\frac{9}{-8}$ ہوگا۔

آیئے مندرجہ ذیل کو دیکھیں۔ ہم جانتے ہیں کہ $4 \times 5 = 20$

اسے دو طریقے سے تقسیم کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے: $20 \div 4 = 5$ یا $20 \div 5 = 4$

$\frac{20}{5} = 4$	$\Rightarrow \frac{20}{4} = 5$
$20 \times \frac{1}{5} = 4$	$\Rightarrow 20 \times \frac{1}{4} = 5$

مندرجہ بالا تجزیوں سے نتیجہ نکلتا ہے کہ مقسوم میں مقسوم علیہ سے تقسیم کرتے ہیں تو حاصل تقسیم حاصل ہوتا ہے اور مقسوم میں مقسوم علیہ کے ضربی معکوس سے ضرب کرتے ہیں تو بھی حاصل تقسیم کے ہی برابر عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے ظاہر ہوتا ہے کہ تقسیم کا عمل ضرب کی شکل میں بدلا جا سکتا ہے۔

آیئے اسے دیکھیں: $\frac{-25}{14} \div \frac{7}{5} = \frac{-25}{14} \times \frac{5}{7}$ ($\because$ $\frac{5}{7}$ کا ضربی معکوس $\frac{7}{5}$ ہے)

Ans.

ہم نے سیکھا

اس باب میں ہم نے پیمانہ اور پرکار کی مدد سے کچھ بناوٹوں کے طریقوں کا مطالعہ کیا ہے۔

-1 کسی خط کے باہر واقع کسی نقطہ سے اس خط کے متوازی خط کھینچنے کے لیے متبادل زاویوں کے تصور کا استعمال کرتے ہیں

-2 مثلث کی بناوٹ میں ہم نے مثلثوں کی مماثلت کے تصور کا بالواسطہ شکل سے استعمال کیا ہے۔ تصورات حسب ذیل ہیں :

(i) SSS : مثلث کا تین اضلاع کی لمبائی دی ہوئی ہو۔

(ii) SAS : کسی دو اضلاع کی لمبائی اور ان اضلاع کے بیچ واقع زاویہ کا ناپ دیا ہوا ہو۔

(iii) ASA : دو زاویوں کی ناپ اور ان کے بیچ واقع ضلع کی لمبائی دی ہوئی ہو۔

(iv) RHS : زاویۂ قائمہ مثلث کے وتر اور باقی دو اضلاع میں سے ایک ضلع کی لمبائی دی ہوئی ہو۔

-3 حاصل ضرب معلوم کیجئے:

(i) $\frac{12}{17}\times5$ (ii) $\frac{8}{7}\times-2$ (iii) $\frac{-5}{4}\times\frac{7}{3}$

(iv) $\frac{-25}{16}\times\frac{2}{3}$ (v) $\frac{-4}{5}\times\frac{-3}{5}$ (vi) $\frac{-15}{18}\times\frac{5}{6}\times\frac{21}{5}$

-4 درج ذیل کی قیمت معلوم کیجئے:

(i) $\frac{-5}{4}\div2$ (ii) $\frac{-12}{9}\div\left(\frac{-2}{6}\right)$ (iii) $\frac{19}{21}\div\left(\frac{-3}{38}\right)$

(iv) $-5\div\left(\frac{-25}{7}\right)$ (v) $\frac{-27}{5}\div\left(\frac{-54}{10}\right)$ (vi) $\frac{-1}{2}\div\frac{4}{3}$

(vii) $\frac{-5}{4}\div\frac{15}{8}\div\frac{7}{16}$ (viii) $\frac{5}{16}\div\frac{-20}{32}\div\frac{4}{15}\div\frac{1}{2}$

-12.9 قابل پیمائش اعداد کا اعشاریہ کی شکل میں ظاہر کرنا

-12.9.1 مختتم اعشاریہ (Terminating decimal)

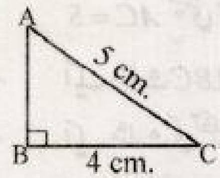
$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8\overline{)\,50} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ \times\times \end{array}$$

ہم نے دیکھا کہ $\frac{p}{q}$ کی شکل کے اعداد جہاں q , 0 اور p, q عدد صحیح ہے، قابل پیمائش عدد کہلاتا ہے۔ $\frac{p}{q}$ کا معنی ہے p کا q واں حصہ یعنی $\frac{p}{q}$ وہ عدد ہے جو p کو q سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے $\frac{5}{8}$ قابل پیمائش عدد کا مطلب ہے 5 کا 8واں حصہ، یہ 5 کو 8 سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے $\frac{5}{8}=0.625$

13.2.4- ایک زاویۂ قائمہ مثلث کی تشکیل، جس میں اس کے وتر (Hypotenuse) اور زاویۂ قائمہ بنانے والے کسی ایک ضلع کی لمبائی دی ہو۔ (RHS شرط)



مثال-4: ایک زاویہ قائمہ $ABC\triangle$ کی تشکیل کیجیے، جس میں $\angle B$ زاویہ قائمہ ہے اور زاویۂ قائمہ بنانے والے دو اضلاع میں سے ایک ضلع $BC = 4$ سینٹی میٹر اور وتر (دو ہندسہ) $AC = 5$ سینٹی میٹر ہے۔

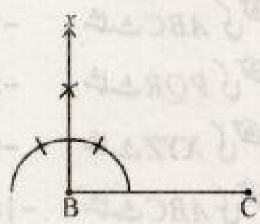
زاویہ قائمہ $ABC\triangle$ کی تشکیل کے حسب ذیل مرحلے ہو سکتے ہیں:

(تصویر:13.21)

مرحلہ-1 : پہلے ہم دیئے گئے ناپوں کی ساخت پر ایک رَف (Rough) شکل بناتے ہیں۔

مرحلہ-2 : 4 سینٹی میٹر کا ایک قطعہ خط BC کھینچیے۔

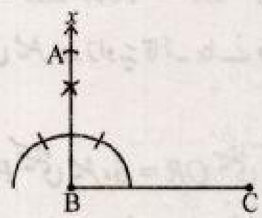
(تصویر:13.22)



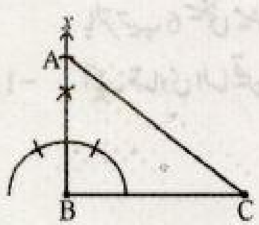
مرحلہ-3 : قطعہ خط BC کے B نقطہ پر 90° کا زاویہ بنایئے۔ زاویہ بنانے والے اس ضلع پر مثلث کا A نقطہ واقع ہوگا۔

(تصویر:13.23)

مرحلہ-4 : اب C نقطہ کو مرکز مان کر $AC = 5$ سینٹی میٹر کا ایک قوس کھینچیے۔ چونکہ A نقطہ اس قوس پر کہیں واقع ہوگا۔ یعنی یہ قوس اور زاویہ قائمہ بنانے والے خط BX منقطع نقطہ پر ہوگا۔



(تصویر:13.24)



مرحلہ-5 : نقطہ A کو نقطہ C سے ملایا۔ اس طرح مطلوبہ زاویۂ قائمہ $ABC\triangle$ کی تشکیل ہوئی۔

(تصویر:13.25)

پھر بھی پوری طرح تقسیم نہیں ہو پاتا ہے۔ اسے لامحدود تک تقسیم دیتے رہیں تو بھی تقسیم کا عمل پورا نہیں ہوتا ہے۔
اس لیے اس طرح کے اعشاریہ شکل کو غیر مختتم اعشاریہ (Non-terminating Decimal) کہتے ہیں۔

قابل پیمائش عدد $\frac{17}{4}$ کا اعشاریہ شکل 4.25 ہے۔ جو کچھ ہی رقموں میں تقسیم کا عمل پورا ہو جاتا ہے۔ اسے مختتم اعشاریہ کہتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:
(i) $\frac{1}{16}$ (ii) $\frac{24}{9}$ (iii) $\frac{32}{11}$ (iv) $\frac{31}{4}$ (v) $\frac{5}{8}$

12.9.3 - غیر مختتم تکراری (Recurring) اعشاریہ کی شکل

(i) $\frac{1}{7}$

$$\begin{array}{r} 0.14285714\ldots \\ 7\overline{)\,10} \\ -7 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 50 \\ 49 \\ \hline 10 \\ 7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 2 \end{array}$$

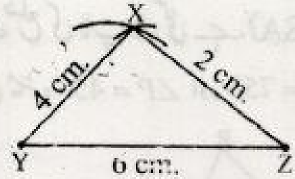
(ii) $\frac{2}{9}$

$$\begin{array}{r} 0.222\ldots \\ 9\overline{)\,20} \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

اس لیے $\frac{2}{9} = 0.222\ldots$ غیر مختتم تکراری اعشاریہ ہے۔

اس لیے $\frac{1}{7} = 0.14285714\ldots$ غیر مختتم تکراری اعشاریہ ہے۔

مندرجہ بالا مثالوں کو دیکھنے سے پتا چلتا ہے کہ اعشاریہ کے بعد کا عدد یا مجموعہ دہرایا جاتا ہے۔ یہ عمل

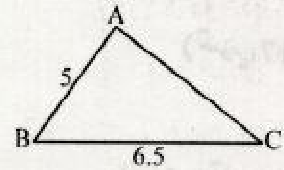


(تصویر:13.10)

مرحلہ -5 : اب نقطہ X کو بالترتیب Y اور Z سے ملایئے۔ یہ مطلوبہ مثلث XYZ ہے۔ (SSS شرط کے تحت مثلث کی تشکیل کرتے وقت ہمیں یہ ہمیشہ دھیان رکھنا ہوگا کہ کس مثلث میں دو ضلع کی لمبائی کا جمع ہمیشہ تیسرے ضلع سے زیادہ ہوتا ہے۔نہیں تو مثلث کی تشکیل ممکن نہیں ہے۔

13.2.2- جب دو ضلع اور ان کے بیچ کے زاویہ کی ناپ معلوم ہو (SSS شرط)

مثال: 2 ایک مثلث ABC کی تشکیل کریں۔ جب $AB = 5$ سینٹی میٹر، $BC = 6.5$ سینٹی میٹر اور $\angle B = 75°$ دیا ہے۔

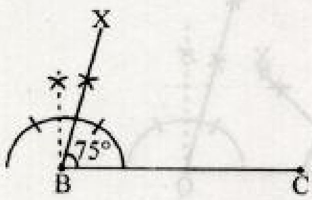


(تصویر:13.11)

حل: مرحلہ -1 : سب سے پہلے ایک رَف (Rough) شکل بنائیں گے۔

مرحلہ -2 : سب سے پہلے 6.5 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط $\bar{BC}$ کھینچئے۔

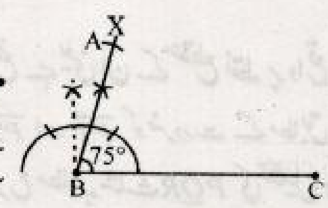
(تصویر:13.12)



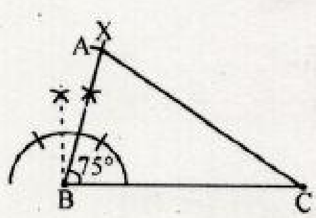
(تصویر:13.13)

مرحلہ -3 : پھر قطعہ خط کے B نقطہ پر $75°$ کا زاویہ بناتے ہیں۔ مثلث کا A نقطہ زاویہ بنانے والے اس ضلع BX پر واقع ہوگا۔

مرحلہ -4 : زاویہ بنانے والے اس ضلع پر واقع نقطہ A کا پتا لگانے کے لیے B کو مرکز مان کر $AB = 5$ سینٹی میٹر کا قوس کھینچئے۔ خط BX کو جس نقطہ پر منقطع کرتا ہے وہی نقطہ A ہے۔



(تصویر:13.14)



(تصویر:13.15)

مرحلہ -5 : نقطہ A کو نقطہ C سے ملایئے۔ اس طرح مطلوبہ مثلث ABC بنا۔

ان نسب نما کے بھی غیر مقسوم اجزائے ضربی یا تو 5 یا 2 یا دونوں ہے۔

کیا کوئی ایسا مختتم اعشاریہ عدد آپ سوچ سکتے ہیں جس کی قابل پیائش عدد (سہل شکل) میں نسب نما میں 2 یا 5 کے علاوہ اور کوئی اجزائے ضربی ہو۔

مندرجہ بالا مثالوں میں مختتم اعشاریہ کے قابل پیائش اعداد کے نسب نما کے غیر مقسوم اجزائے ضربی کو دیکھنے سے پتا چلتا ہے کہ ان کے غیر مقسوم اجزائے ضربی میں 2 یا 5 یا دونوں ہیں۔

پھر مندرجہ بالا مثالوں میں غیر مختتم اعشاریہ کی قابل پیائش اعداد کے نسب نما کے غیر مقسوم اجزائے ضربی ہیں:

$$3 = 3 \times 1$$

$$7 = 7 \times 1$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$11 = 1 \times 11$$

$$13 = 1 \times 13$$

$$15 = 3 \times 5$$

ان کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں 2 یا 5 کے علاوہ دوسرے غیر منقسم اجزائے ضربی بھی ہیں۔

اس لیے ظاہر ہے کہ جن قابل پیائش اعداد کے نسب نما کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں صرف 2 یا 5 یا دونوں ہو تو اس قابل پیائش عدد کا اعشاریہ شکل مختتم شکل ہوتا ہے اور جن قابل پیائش اعداد کے نسب نما کے غیر منقسم اجزائے ضربی میں 2 یا 5 کے علاوہ دوسرے اعداد بھی ہیں تو اس قابل پیائش عدد کا اعشاریہ شکل غیر مختتم اعشاریہ شکل ہوتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

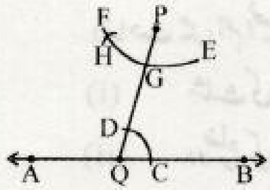
ذیل میں کن قابل پیائش اعداد کی اعشاریہ شکل مختتم ہیں اور کن قابل پیائش اعداد کی غیر مختتم۔

(نسب نما کے غیر مقسوم اجزائے ضربی کی بنیاد پر بتائیے)

(i) $\frac{16}{125}$ (ii) $\frac{4}{15}$ (iii) $\frac{5}{18}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{4}{9}$

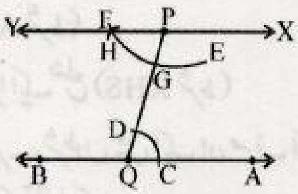
S.S.A. 2014-15 (Free)

مراحل: 4 CD قوس کی لمبائی کے برابر ایک قوس G نقطہ کو مرکز مان کر (سلسلہ تبادلہ) میں کھینچئے جو EF قوس کو جس نقطہ پر کاٹے اسے H نام دیجئے۔



(تصویر:13.4)

مراحل: 5 اب P اور H کو ملاتے ہوئے خط XY کھینچئے۔ (شکل 13.5) یہاں $\angle PQA = \angle QPY$ جو تبادلہ زاویہ کے برابر ہوتے ہیں تو خطوط متوازی ہوتی ہے۔ اس لیے $AB \square XY$



(تصویر:13.5)

خود کر کے دیکھئے:

1- تصویر: 13.5 میں P نقطہ سے گزرنے والی کچھ خطوط کو کھینچئے۔ بتایئے XY خط کے علاوہ آپ نے کیا اور کوئی خط کھینچی جو $\overline{AB}$ کے متوازی ہیں۔ اگر نہیں تو XY کے علاوہ P نقطہ سے گزرنے والے خطوط، خط $\overline{AB}$ کے لیے کیسے خطوط ہوں گے؟

2- اوپر کی تشکیل میں تبادلہ زاویہ کے علاوہ اور کون کون زاویہ بنا کر $\overline{AB}$ کے متوازی خط کھینچ سکتے ہیں۔

سوالنامہ

1- $R.\overline{MN}$ خط کے باہر واقع ایک نقطہ ہے۔ R سے گزرتے $\overline{MN}$ کے متوازی ایک دوسرا خط کھینچئے۔

2- پرکار اور اسکیل کی مدد سے 60° کا ایک زاویہ $\angle ABC$ بنایئے۔ زاویہ کے راس B سے ضلع AB پر 4 سینٹی میٹر دور ضلع BC کے متوازی ایک خط کھینچئے۔

3- l ایک خط کھینچئے۔ اس کے A نقطہ پر m ایک عمودی خط کھینچئے۔ پھر m پر واقع کسی B نقطہ پر ایک عمودی خط n کھینچئے۔ بتایئے، کیا خط n خط l کے متوازی ہیں۔ اگر ہاں تو کیسے؟

4- AB ایک خط کھینچئے۔ AB سے 5 سینٹی میٹر دور ایک ایسا خط CD کھینچئے جو AB کے متوازی ہو۔

13.2- مثلث کی تشکیل

مماثلت میں ہم نے پڑھا ہے کہ مثلث کے کوئی تین حصہ معلوم ہونے پر متماثل مثلث بنایا جا سکتا ہے۔ اس

آیئے ذیل کی مثال کو دیکھیں:

مثال: 14 $0.\overline{4}$ کو قابل پیمائش عدد کی شکل میں لکھئے۔

حل: مانا کہ $x = 0.\overline{4}$

یا $x = 0.444.......(i)$

دونوں حصوں میں 10 سے ضرب کرنے پر

$10x = 4.444.......(ii)$

مساوات (ii) میں سے مساوات (i) کو گھٹانے پر

$$10x = 4.444$$
$$\underline{-x = 0.444}$$
$$9x = 4$$
$$\therefore x = \frac{4}{9}$$

اس لیے $0.\overline{4} = \frac{4}{9}$ *Ans.*

مثال: 15 $0.\overline{345}$ کو قابل پیمائش عدد کی شکل میں لکھئے:

حل: مانا کہ $x = 0.\overline{345}$

یا $x = 0.345345345.......\ (i)$

دونوں حصوں میں 1000 سے ضرب کرنے پر

$1000x = 345.345345345........(ii)$

مساوات (ii) میں سے مساوات (i) کو گھٹانے پر

$$1000x = 345.345345345...$$
$$-x = 0.345345345...$$
$$999x = 345$$
$$\therefore x = \frac{345}{999}$$

طریقہ کار: مندرجہ بالا مثالوں کے لیے ذیل کے اصول اپنائے گئے:

(a) دیئے گئے اعشاریہ عدد کو x کے برابر مانا۔

(b) اعشاریہ کے بعد جس عدد کا اعادہ ہو رہا ہے، اُسے دو یا تین بار لکھتے ہیں۔ اسے مساوات (i) کہتے ہیں۔

(c) اعادہ والے اعداد تکراری عدد کو گن کر 1 کے بعد اُتنے ہی صفر

15- ایک قابل پیمائش عدد کو ایک دوسرے غیر صفر قابل پیمائش عدد سے تقسیم دینے کے لیے ہم پہلے قابل پیمائش عدد کو دوسرے قابل پیمائش عدد کے ضربی معکوس سے ضرب کرتے ہیں۔ اس طرح سے قابل پیمائش عدد کا مطلوبہ حاصل تقسیم حاصل کر لیتے ہیں۔ جیسے:

$$\frac{-15}{8} \div \frac{30}{24} = \frac{\overset{-1}{\cancel{-15}}}{\cancel{8}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{2}{\cancel{30}}} = \frac{-3}{2}$$

16- قابل پیمائش اعداد کو اعشاریہ میں ظاہر کرنا۔

17- اعشاریہ عدد کو قابل پیمائش عدد میں ظاہر کرنا۔

18- مختتم اعشاریہ اور غیر مختتم اعشاریہ کی معلومات۔

19- غیر مختتم تکراری اعشاریہ عدد کو علامتی تکراری شکل میں ظاہر کرنا جیسے ...4.23545454 کو علامتی شکل میں $2.23\overline{54}$ لکھا جاتا ہے۔

20- جس قابل پیمائش عدد کے نسب نما کا غیر مقسوم اجزائے ضربی صرف 2 یا 5 ہو تو اس قابل پیمائش عدد کا اعشاریہ ظاہر کرنا مختتم اعشاریہ ظاہر ہوتا ہے۔

21- جس قابل پیمائش عدد کے نسب نماؤں کا غیر مقسوم اجزائے ضربی 2 یا 5 کے علاوہ دوسرے غیر مقسوم اعداد بھی ہیں تو اس قابل پیمائش عدد کا اعشاریہ شکل غیر مختتم اعشاریہ میں ظاہر ہوتا ہے۔

22- منفی قابل پیمائش عدد کی اعشاریہ شکل۔

23- غیر مختتم تکراری (Recurring Decimal Number) کو قابل پیمائش عدد میں ظاہر کرنا (مفصل اور غیر مفصل شکل سے)۔

حل: مانا کہ $x = 0.15\overline{23}$

یا $x = 0.15232323...(i)$

دونوں حصوں میں 100 سے ضرب کرنے پر

$$100x = 15.232323...(ii)$$

پھر مساوات (i) میں 10000 سے ضرب کرنے پر

$$10000x = 1523.232323...(iii)$$

مساوات (iii) میں سے مساوات (ii) کو گھٹانے پر

$$\begin{aligned} 1000x &= 15232323 \\ 100x &= 15.2323 \\ \hline 9900x &= 1523-15 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1523-15}{9900} = \frac{1508}{9900} = \frac{377}{2475}$$

اس لیے $0.15\overline{23} = \dfrac{1523-15}{9900} = \dfrac{377}{2475}$

طریقہ کار:

1- سب سے پہلے دیئے گئے اعشاریہ تکراری عدد کو x مانا۔

2- اعشاریہ کے بعد تکراری عدد کو دو یا تین بار لکھتے ہیں۔ اسے مساوات (i) مانتے ہیں۔

3- اعشاریہ کے بعد آئے غیر تکراری عدد کو گن کر اتنا صفر 1 (ایک) پر ڈال کر مساوات (i) کے دونوں حصوں میں ضرب کر لکھتے ہیں، اسے مساوات (ii) مانتے ہیں۔

4- پھر اعشاریہ کے بعد آئے کل تکراری اعداد کو گن کر اتنا صفر 1 (ایک) پر ڈال کر مساوات (i) کے دونوں حصوں میں ضرب کر کے لکھتے ہیں۔ اسے مساوات (iii) مانتے ہیں۔

5- اس کے بعد مساوات (iii) میں سے مساوات (ii) کو گھٹا کر x کی قیمت معلوم کرتے ہیں۔

مندرجہ بالا مثالوں سے ظاہر ہوتا ہے کہ تکراری عدد والے اعشاریہ عدد کو مختصر میں یا فوری طور پر

6- درج ذیل کو قابل پیمائش عدد کی شکل میں اختصار کے ساتھ لکھئے :

(i) $5.4\overline{36}$ (ii) $12.3\overline{25}$ (iii) $9.38\overline{65}$ (iv) $0.32\overline{5}$

7- درج ذیل غیر مختتم اعشاریہ عدد کو علامت میں لکھئے :

(i) 4.3454545... (ii) 82.325555...

(iii) 0.2543543543... (iv) 2.32145145145...

8- درج ذیل اعشاریہ اعداد میں سے غیر مختتم اعشاریہ الگ کیجئے :

(i) 3.252525... (ii) 3.252525... (iii) 325.55555

سوالنامہ

1- ویسے عدد جسے $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جاسکے، جہاں p اور q عدد صحیح ہیں اور $q \neq 0$ ہیں۔ قابل پیمائش عدد کہلاتا ہے۔ جیسے : $\sqrt{4}, \frac{-2}{9}, \frac{3}{4}, \frac{5}{2}$ وغیرہ قابل پیمائش عدد ہیں۔

2- سبھی طبعی اعداد، سبھی مکمل عدد، سبھی عددِ صحیح اور سبھی کسر اعداد قابل پیمائش عدد ہیں۔

3- سبھی قابل پیمائش عدد کسر اعداد نہیں ہیں۔

4- کسی بھی قابل پیمائش میں اوپر کے عدد کو شمار کنندہ اور نیچے کو نسب نما کہتے ہیں۔ جیسے : $\frac{-5}{8}$ میں شمار کنندہ = 5-، نسب نما = 8 ہے۔

5- اگر کسی قابل پیمائش عدد کا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں مثبت عدد صحیح ہوں یا دونوں منفی عدد صحیح ہوں تو وہ قابل پیمائش عدد مثبت قابل پیمائش عدد کہلاتا ہے۔

6- اگر قابل پیمائش عدد کا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں سے کوئی ایک منفی عدد صحیح ہو تو وہ قابل پیمائش عدد منفی قابل پیمائش عدد کہلاتا ہے۔ جیسے : $\frac{7}{-4}$ ، $\frac{-12}{5}$ وغیرہ۔

7- اگر کسی قابل پیمائش عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو غیر صفر (Non-Zero) عددِ صحیح سے ضرب کیا جائے یا تقسیم کیا جائے تو ہمیں ایک قابل پیمائش عدد حاصل ہوتا ہے۔ جو دیئے ہوئے قابل پیمائش عدد کے مساوی قابل پیمائش عدد کہا جاتا ہے۔ جیسے : $\frac{-9}{5} = \frac{-9 \times 2}{5 \times 2} = \frac{-18}{10}$ ہے۔ اس لیے ہم کہتے ہیں کہ